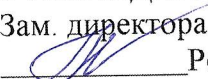


ДЕПАРТАМЕНТ ВНУТРЕННЕЙ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ БЕЛГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«АЛЕКСЕЕВСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора

 Решетникова Г.Л.

«31» 08 2020 г.

**Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы студентов**

по учебной дисциплине ЕН. 01 Математика
специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по
отраслям)

Башкатова А.В.,
преподаватель общеобразовательных
дисциплин

Рассмотрено на заседании ПЦК общих гуманитарных, социально-экономических и естественнонаучных дисциплин

Протокол № от «31» 08 2020 г.

Председатель Т.П.Шевченко

Данные методические рекомендации предназначены для студентов специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям) при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Математика, разработаны в соответствии с Положением об организации самостоятельной работы обучающихся в ОГАПОУ «Алексеевский колледж».

В методических рекомендациях определена сущность, виды внеаудиторной самостоятельной работы, даны указания по их выполнению, определены формы контроля.

Составитель:

Башкатова Алена Владимировна,
преподаватель общеобразовательных дисциплин

СОДЕРЖАНИЕ

	ВЕДЕНИЕ	4
1.	ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	5
2.	МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	6
3.	ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	10

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации предназначены для студентов специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям) при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Математика.

Цель методических указаний: оказание помощи студентам в выполнении самостоятельной работы по дисциплине Математика.

Цели и задачи дисциплины – требования результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать общими компетенциями согласно ФГОС СПО:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие;

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Виды заданий	Форма отчётности
	Тема 1.1. Матрицы и определители	2		
1	Вычисление определителей второго и третьего порядков.	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
2	Вычисление обратной матрицы	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
	Тема 1.2. Системы линейных уравнений	1		
3	Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы и методом Гаусса	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
	Тема 3.2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	2		
4	Вычисление дифференциала функции и производных высших порядков.	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
5	Полное исследование функции. Построение графиков	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
	Тема 3.4 Дифференциальные уравнения	1		
6	Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
	Всего	6		

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ДЛЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методические рекомендации по решению примеров по теме Матрицы и
определители

1) Чтобы найти сумму матриц A , B одной размерности, необходимо сложить элементы с одинаковыми индексами (стоящие на одинаковых местах).

Пример 1. Найдите сумму матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение: $C = A + B = \begin{pmatrix} 2+0 & 3+1 & 0+4 \\ 1+2 & 5+5 & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 3 & 10 & 7 \end{pmatrix}$.

Пример 2. Найдите $2A - B$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Решение: Сначала умножаем матрицу A на число «2», затем матрицу B на число «-1», и, наконец, находим сумму полученных матриц:

$$2A - B = 2 \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Имеем:
$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} - (-3) \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 2(-1 \cdot 0 - 2 \cdot 5) + 3(4 \cdot 0 - 2 \cdot 3) - 1(4 \cdot 5 - (-1) \cdot 3) = -20 - 18 - 23 = -61.$$

2) Чтобы умножить матрицу A на отличное от нуля вещественное число k , необходимо каждый элемент матрицы умножить на это число.

Пример 3. Умножьте матрицу A на число 3.

Решение:

$$3 \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = 3A = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

3) Матрицу A можно умножить на матрицу B , когда число столбцов первой матрицы равно числу строк второй (произведением матриц будет называться матрица, каждый элемент, которой равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы A на соответствующие элементы j -го столбца матрицы B).

Пример. вычислить произведение матриц $A \cdot B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 1(-1) + 0 \cdot 5 + 2(-2) & 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \\ 3(-1) + 1 \cdot 5 + 0(-2) & 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 & 3 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 1 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Вычисление определителей

Для квадратных матриц вводится понятие *определителя* - числа, характеризующего квадратную матрицу A . Определитель матрицы A обозначается $|A|$ или Δ .

Определителем первого порядка, называется элемент a_{11} :

$$\Delta = |A| = a_{11}. \text{ Например. } A=(3), \text{ тогда } |A|=3.$$

Определитель квадратной матрицы A (размера 2×2) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ *второго порядка* называется число, которое можно найти по правилу:

$$\Delta = \det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}. \quad (1)$$

(произведение элементов, стоящих на главной диагонали матрицы, минус произведение элементов, стоящих на побочной диагонали).

Пример 4. Вычислите определитель матрицы $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

Решение: По формуле (1) находим:

$$\Delta = |B| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = 10 - 12 = -2$$

1 способ: определитель матрицы A размера 3×3 (определитель 3-го порядка) - число, вычисляемое по правилу «*раскрытие определителя по первой строке*»:

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Пример 5. Вычислите определитель третьего порядка: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

Решение. При нахождении определителя воспользуемся сначала правилом (2)

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}, \text{ а затем}$$

(для вычисления определителей 2-го порядка) правилом (1)

$$\Delta = |A| = 4 - 3 + 8 + 6 + 2 + 2 = 19$$

2 способ: определителем третьего порядка называется число, которое вычисляется по правилу треугольника (рис. 1):



+

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$$

рис. 1



-

$$(3)$$

Пример 6. Вычислите определитель третьего порядка по правилу треугольника

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}.$$

Решение: применяя формулу (3), получим:

$$\Delta = A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 \cdot (-2) - 1 \cdot 1 \cdot (-2) - 1 \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) \cdot 4 =$$

$$= 4 + 2 + 6 + 2 - 3 + 8 = 19.$$

Методические рекомендации по решению примеров математического анализа

Пример. Найти $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Решение:

Подставляя вместо переменной ее предельное значение и используя свойства пределов,

получим: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{1 - 4}{1 - 2} = 3.$

Ответ: 3.

Пример. Найти $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1}$.

Решение:

Непосредственная подстановка предельного значения переменной в выражение функции под знаком предела приводит к неопределенности вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Преобразуем функцию, разложив

числитель и знаменатель на множители:

$$\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1} = \frac{(x+1)(2x-5)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x-5}{x-1}.$$

Найдем предел функции после преобразования:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 5}{x - 1} = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}.$$

Ответ: $\frac{7}{2}$.

Пример. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$.

Решение:

Непосредственная подстановка значения переменной $x = \infty$ в выражение функции под знаком предела приводит к неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Разделим числитель и знаменатель

дроби на x^2 . Получим:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}.$$

$$\text{Но } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} = 0.$$

Тогда $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3} = \frac{3}{2}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$.

Методические рекомендации по решению примеров дифференциального исчисления

Пример. Исследовать на экстремум функцию $f(x) = x^3 - 3x^2$ и найти ее промежутки монотонности.

Решение:

1) Функция определена для всех $x \in R$. Найдем производную: $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

2) Из уравнения $3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0$ получим критические точки функции $x_1 = 0$ и $x_2 = 2$.

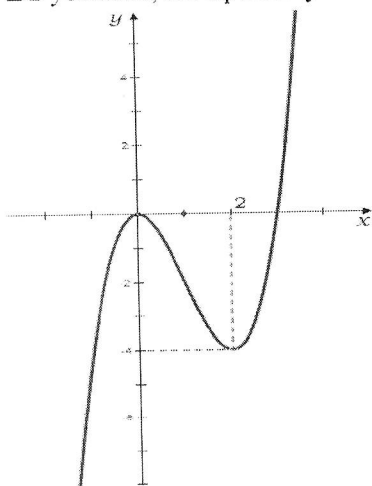
3) Так как при переходе через точку $x_1 = 0$ производная меняет знак с плюса на минус, то в этой точке функция имеет максимум.

4) При переходе через точку $x_2 = 2$ производная меняет знак с минуса на плюс, поэтому в точке $x_2 = 2$ у функции минимум.

5) Составим таблицу:

x	$(-\infty; 0]$	0	$[0; 2]$	2	$[2; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	$f_{\max}(0) = 0$	↓	$f_{\min}(2) = -4$	↑

6) Таким образом, данная функция в промежутке от $-\infty < x \leq 0$ возрастает, в промежутке от $0 \leq x \leq 2$ убывает, а в промежутке от $2 \leq x < +\infty$ опять возрастает.



Ответ: $(0; 0)$ – точка максимума, $(2; -4)$ – точка минимума; функция возрастает $(-\infty; 0]$ и $[2; +\infty)$, функция убывает $[0; 2]$.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Перечень учебных изданий, электронных изданий, электронных и Интернет-ресурсов, образовательных платформ, электронно-библиотечных систем, веб-систем для организации дистанционного обучения и управления им, используемые в образовательном процессе как основные и дополнительные источники.

Основные источники:

1. Математика. Алгебра и начала мат. анализа, геометрия. 10-11 кл.: Учебник. Баз.и углубл. уровни ФГОС / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева.- М.: Просвещение, 2017.-463 с
2. Математика: Учебник / В.П. Григорьев.- М.: ИЦ Академия, 2016.-368 с.
3. Элементы высшей математики (12-е изд., стер.) учебник/ Григорьев В.П.- М.: ИЦ Академия,2017-400 с.
4. Математика: учебник для студентов учреждений СПО/ С.Г.Григорьев - 2-е изд.,стер.-М.:ИЦ «Академия», 2018. – 368 с
5. Математика: учебник для студентов учреждений СПО/ И.Д.Пехлецкий - 13-е изд.,стер.-М.:ИЦ «Академия», 2018. – 320 с.

Дополнительные источники:

6. Подольский В.А. Сборник задач по математике: Учеб.пособие.-2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш.шк., 1999.-495 с.

Электронные издания (электронные ресурсы)

7. Информационно-образовательная среда «Российская электронная школа» - <https://resh.edu.ru/>:
- Урок № 7. Предел последовательности-
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4921/start/200887/>
- Урок № 10. Определение производной. Физический смысл производной-
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4923/start/200980/>
- Урок № 13. Производные элементарных функций-
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/6114/start/201073/>
- Урок № 21. Первообразная-
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4924/start/225713/>
- Урок № 22. Правила вычисления первообразной-
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/3993/start/225744/>

8. Цифровая образовательная среда СПО PROОбразование:

- Алексеев, Г. В. Высшая математика. Теория и практика : учебное пособие для СПО / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Саратов : Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 236 с. — ISBN 978-5-4486-0755-4, 978-5-4488-0253-9. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROОбразование : [сайт]. — URL:

<https://profspo.ru/books/81274> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

--Березина, Н. А. Высшая математика : учебное пособие / Н. А. Березина. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 158 с. — ISBN 978-5-9758-1888-1. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/80978> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

- Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — 2-е изд. — Минск : Вышэйшая школа, 2017. — 304 с. — ISBN 978-985-06-2884-8 (ч. 1), 978-985-06-2885-5. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/90754> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

-Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск : Вышэйшая школа, 2016. — 272 с. — ISBN 978-985-06-2766-7 (ч. 2), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/90755> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

- Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск : Вышэйшая школа, 2017. — 320 с. — ISBN 978-985-06-2798-8 (ч. 3), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/90756> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Электронно-библиотечная система:

IPR BOOKS - <http://www.iprbookshop.ru/78574.html>

Веб-система для организации дистанционного обучения и управления им:

Система дистанционного обучения ОГАПОУ «Алексеевский колледж»
<http://moodle.alcollege.ru/>