

ДЕПАРТАМЕНТ ВНУТРЕННЕЙ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ БЕЛГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«АЛЕКСЕЕВСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора

 Решетникова Г.Л.

«30» / 08 2019 г.

**Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы студентов**

по учебной дисциплине ЕН. 01 Элементы высшей математики
специальности 09.02.07 Информационные системы и
программирование

Волкова Н.М.,
преподаватель естественнонаучных
дисциплин

Рассмотрено на заседании ПЦК общих гуманитарных, социально-экономических и естественнонаучных дисциплин

Протокол № от «30» 08 2019 г.

Председатель Т.П.Шевченко

Данные методические рекомендации предназначены для студентов специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Элементы высшей математики, разработаны в соответствии с Положением об организации самостоятельной работы обучающихся в ОГАПОУ «Алексеевский колледж».

В методических рекомендациях определена сущность, виды внеаудиторной самостоятельной работы, даны указания по их выполнению, определены формы контроля.

Составитель:

Волкова Наталья Михайловна,
преподаватель естественнонаучных дисциплин

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	5
2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	6
3. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	7

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации предназначены для студентов специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Элементы высшей математики.

Цель методических указаний: оказание помощи студентам в выполнении самостоятельной работы по дисциплине Элементы высшей математики.

Цели и задачи дисциплины – требования результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать общими компетенциями согласно ФГОС СПО:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения;
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы теории комплексных чисел.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Виды заданий	Форма отчётности
	Тема 12 Аналитическая геометрия на плоскости	2		
1	Прямая и плоскость в пространстве	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
2	Решение задач по теме: Прямая и плоскость в пространстве	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
	Всего	2		

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ДЛЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методические рекомендации по решению примеров аналитической геометрии на
плоскости

Задача 1.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A=\{5; -1; 3\}$,
 $B=\{2; 2; 0\}$, $C=\{-1; 1; 1\}$.

Указание

Для того, чтобы составить уравнение плоскости, нужно знать координаты
Точки, лежащей в этой плоскости, и координаты нормали, то есть вектора,
перпендикулярного плоскости.

Решение

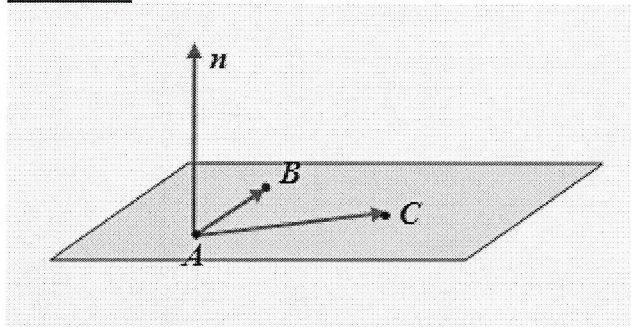


Рис. 6

Векторы $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -3)$ и $\overrightarrow{AC} = (-6; 2; -2)$ параллельны данной плоскости, поэтому их
векторное произведение или любой вектор, коллинеарный ему, является нормалью к
плоскости.

$$\begin{aligned} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] &= \left\{ \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}; - \begin{vmatrix} -3 & -3 \\ -6 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} \right\} = \\ &= (0; 12; 12) = 12(0; 1; 1). \end{aligned}$$

Выберем в качестве нормали $\mathbf{n} = (0; 1; 1)$, а точкой $\{X_0; Y_0; Z_0\}$ будем считать точку B .
Тогда уравнение плоскости имеет вид:

$$0 \cdot (X - 2) + 1 \cdot (Y - 2) + 1 \cdot (Z - 0) = 0, Y + Z - 2 = 0.$$

Ответ: $Y + Z - 2 = 0$.

Задача 2.

Составить канонические уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y - 5z - 3 = 0 \\ 5x + 3y + 8z - 13 = 0 \end{cases}$$

Указание

Для того, чтобы составить канонические или параметрические уравнения прямой в
пространстве, нужно знать координаты какой-либо точки, лежащей на этой на этой
прямой, и координаты направляющего вектора, то есть вектора, коллинеарного прямой.

Решение

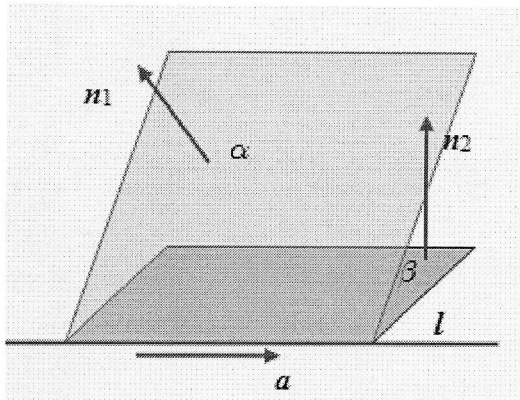


Рис. 7

Прямая является линией пересечения двух плоскостей, поэтому ее направляющий вектор A параллелен каждой из этих плоскостей и соответственно перпендикулярен нормальям Π_1 и Π_2 к данным плоскостям. В таком случае он коллинеарен векторному произведению $[N_1, N_2]$.

$$N_1 = (2; 1; -5), N_2 = (5; 3; 8), [N_1, N_2] = (23; -41; 1).$$

$$\text{Итак, } (L; M; N) = (23; -41; 1).$$

Будем искать точку, лежащую на данной прямой, у которой одна из координат принимает выбранное нами значение; тогда остальные две координаты можно определить единственным образом из системы уравнений, задающей пересекающиеся плоскости.

Выберем для удобства вычислений $Z_0 = 0$, тогда для точки $M = \{X_0; Y_0; 0\}$

$$\begin{cases} 2x_0 + y_0 - 3 = 0 \\ 5x_0 + 3y_0 - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 3 - x_0 \\ 5x_0 + 9 - 6x_0 - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow x_0 = -4; y_0 = 11, M = \{-4; 11; 0\}.$$

Теперь составим канонические уравнения данной прямой:

$$\frac{x+4}{23} = \frac{y-11}{-41} = \frac{z}{1}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{x+4}{23} = \frac{y-11}{-41} = \frac{z}{1}.$$

Задача 3.

Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую L :

$$\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t + 5 \\ z = -t - 1 \end{cases}$$

И точку $M = \{2; -3; 1\}$.

Указание

Точка $A = \{-3, 5, -1\}$ принадлежит плоскости, соответственно вектор \overline{AM} параллелен плоскости. Кроме того, поскольку данная прямая лежит в плоскости, ее направляющий вектор $A = (2; 1; -1)$ параллелен плоскости. Следовательно, нормаль к плоскости коллинеарна векторному произведению этих векторов.

Решение

Поскольку прямая лежит в плоскости, ее направляющий вектор $A = (2; 1; -1)$ параллелен плоскости. При $T = 0$ из уравнений прямой получаем:

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \\ z = -1 \end{cases}$$

Координаты точки A , принадлежащей прямой и соответственно плоскости.

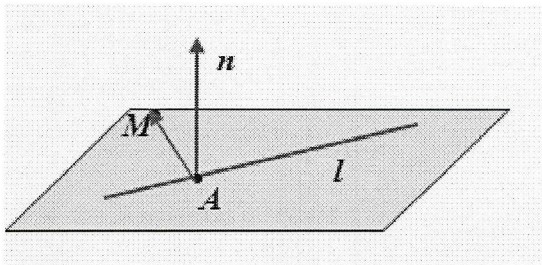


Рис. 8

Тогда вектор $AM = (5; -8; 2)$ параллелен Плоскости. Следовательно, нормаль Π к плоскости коллинеарна векторному произведению $[A, AM] = (-6; -9; -21)$. Выберем $N = (2; 3; 7)$ и составим уравнение плоскости, проходящей через Точку M перпендикулярно Π :

$$2(X-2) + 3(Y+3) + 7(Z-1) = 0, 2X + 3Y + 7Z - 2 = 0.$$

Ответ: $2X + 3Y + 7Z - 2 = 0$.

Задача 4.

Найти кратчайшее расстояние между прямыми

$$l_1: \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2} \quad \text{и} \quad l_2: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = 4t + 13 \end{cases}$$

Указание

Координаты направляющих векторов данных прямых $A1 = \{3; 2; -2\}$ и $A2 = \{1; 1; 4\}$ не пропорциональны, следовательно, $A1$ и $A2$ не коллинеарны, поэтому прямые либо пересекаются, либо скрещиваются.

Составьте уравнение плоскости A , проходящей через прямую $L1$ параллельно вектору $A2$. Если $L1$ и $L2$ пересекаются, то прямая $L2$ будет лежать в этой плоскости; если же $L1$ и $L2$ скрещиваются, то $L2$ параллельна плоскости A , и тогда расстояние между $L1$ и $L2$ (длина общего перпендикуляра) будет равно расстоянию от любой точки прямой $L2$ до плоскости A .

Решение

Координаты направляющих векторов данных прямых $A1 = \{3; 2; -2\}$ и $A2 = \{1; 1; 4\}$ не пропорциональны, следовательно, $A1$ и $A2$ не коллинеарны, поэтому прямые либо пересекаются, либо скрещиваются.

Составим уравнение плоскости A , проходящей через прямую $L1$ параллельно вектору $A2$. Если $L1$ и $L2$ пересекаются, то прямая $L2$ будет лежать в этой плоскости (рис.9); если же $L1$ и $L2$ скрещиваются, то $L2$ параллельна плоскости A , и тогда расстояние между $L1$ и $L2$ (длина общего перпендикуляра) будет равно расстоянию от любой точки прямой $L2$ до плоскости A (рис.10).

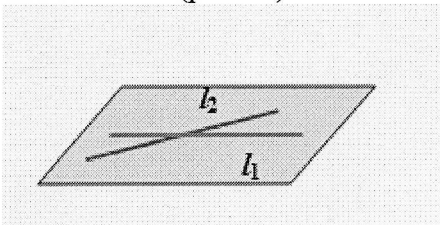


Рис. 9

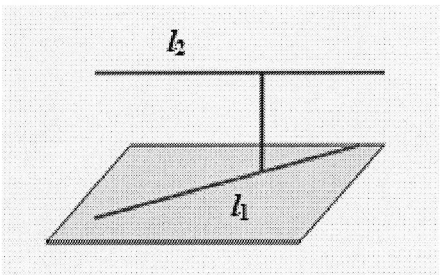


Рис. 10

$[A_1, A_2] = (10; -14; 1) = N$, точка $A = \{5; 0; -25\}$ лежит на прямой L_1 , следовательно, она лежит и в плоскости A . Тогда уравнение плоскости A имеет вид:

$$10(X-5) - 14(Y-0) + 1 \cdot (Z+25) = 0; 10X - 14Y + Z - 25 = 0.$$

Точка $B = \{1; 2; 13\}$ принадлежит прямой L_2 . Проверим, лежит ли эта точка в плоскости A :

$$10 \cdot 1 - 14 \cdot 2 + 13 - 25 = -30 \neq 0 \Rightarrow B \notin l_2 \Rightarrow l_2 \not\subset \alpha.$$

Тогда искомой величиной будет расстояние от B до A . Его можно найти, составив нормальное уравнение плоскости A :

$$\alpha: \frac{10}{\sqrt{33}}x - \frac{14}{\sqrt{33}}y + \frac{1}{\sqrt{33}}z - \frac{25}{\sqrt{343}} = 0,$$

$$d_B = \left| \frac{10}{\sqrt{33}} \cdot 1 - \frac{14}{\sqrt{33}} \cdot 2 + \frac{1}{\sqrt{33}} \cdot 13 - \frac{25}{\sqrt{33}} \right| = \left| -\frac{28}{\sqrt{33}} \right| = \frac{28}{\sqrt{33}}.$$

Ответ: $\frac{28}{\sqrt{33}}$.

Задача 5.

Найти точку, симметричную точке $A(5; -10; 4)$ относительно плоскости

$$A: X - 3Y + Z - 6 = 0.$$

Указание

Искомая точка B лежит на прямой, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости A так, что $OA = OB$, где точка O – точка пересечения A с прямой AB .

Решение

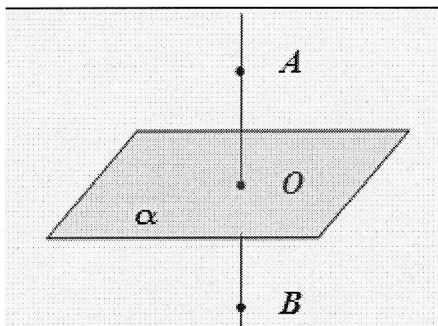


Рис. 11

Искомая точка B лежит на прямой, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости A так, что $OA = OB$, где точка O – точка пересечения A с прямой AB . Составим уравнения прямой AB . Эта прямая перпендикулярна A , поэтому ее направляющим вектором можно считать нормаль к плоскости A : $A = N = (1; -3; 1)$.

Параметрические уравнения прямой AB имеют вид:

$$\begin{cases} x = t + 5 \\ y = -3t - 10. \\ z = t + 4 \end{cases}$$

Точка O принадлежит и прямой AB , и плоскости A , поэтому ее координаты должны удовлетворять и уравнениям прямой, и уравнению плоскости. Подставим в уравнение плоскости A параметрические выражения для X, Y, Z из уравнений прямой AB :

$$T + 5 - 3(-3T - 10) + T + 4 - 6 = 0; 11T + 33 = 0; T = -3.$$

Итак, координаты точки O :

$$\begin{cases} x = 3 + 5 = 2 \\ y = -3(-3) - 10 = -1 \Rightarrow O(2; -1; 1). \\ z = -3 + 4 = 1 \end{cases}$$

Поскольку точка O – середина отрезка AB , то

$$\begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_O = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_O = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_O - x_A = 4 - 5 = -1 \\ y_B = 2y_O - y_A = -2 + 10 = 8 \\ z_B = 2z_O - z_A = 2 - 4 = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 8; -2).$$

Ответ: (-1; 8; -2).

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет – ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

- 1.Элементы высшей математики (12-е изд., стер.) учебник/ Григорьев В.П.- М.: ИЦ Академия,2017-400 с.
- 2.Математика: Учебник / В.П. Григорьев.- М.: ИЦ Академия, 2016.-368 с.