

ДЕПАРТАМЕНТ ВНУТРЕННЕЙ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ БЕЛГОРОДСКОЙ
ОБЛАСТИ ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«АЛЕКСЕЕВСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора

 Решетникова Г.Л.

« 31 » ср 20 20.

**Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы студентов**

по учебной дисциплине ЕН. 01 Математика
специальности 54.02.01 Дизайн (по отраслям)

Волкова Н.М.,
преподаватель общих гуманитарных,
социально-экономических и
естественнонаучных дисциплин

Рассмотрено на заседании ПЦК общих
гуманитарных, социально-экономических
и естественнонаучных дисциплин
Протокол № от «31» 08 2022 г.
Председатель Т.П. Шевченко

Данные методические рекомендации предназначены для студентов специальности 54.02.01 Дизайн (по отраслям) при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Математика, разработаны в соответствии с Положением об организации самостоятельной работы обучающихся в ОГАПОУ «Алексеевский колледж».

В методических рекомендациях определена сущность, виды внеаудиторной самостоятельной работы, даны указания по их выполнению, определены формы контроля.

Составитель:
Волкова Наталья Михайловна,
преподаватель общих гуманитарных, социально-экономических и
естественнонаучных дисциплин

СОДЕРЖАНИЕ

	ВЕДЕНИЕ	4
1.	ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	5
2.	МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	7
3.	ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	14

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации предназначены для студентов специальности 54.02.01 Дизайн (по отраслям) при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Математика.

Цель методических указаний: оказание помощи студентам в выполнении самостоятельной работы по дисциплине Математика.

Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать общими и профессиональными компетенциями согласно ФГОС СПО:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности

ОК 6. Работать в коллективе, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды(подчиненных), за результат выполнения заданий

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий профессиональной деятельности

ПК 1.3. Производить расчеты технико-экономического обоснования предлагаемого проекта.

ПК 1.5 Выполнять эскизы с использованием различных графических средств и приемов.

ПК 2.3 Разрабатывать конструкцию изделия с учетом технологии изготовления, выполнять технические чертежи.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:
применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Виды заданий	Форма отчётности
	Раздел 1 Введение. Элементы линейной алгебры	4		
1	Тема 1.1 Введение. Основные сведения о матрицах	2	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
2	Тема 1.2 Системы линейных уравнений.	2	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
3	Раздел 2 Элементы математического анализа	3		
4	Тема 2.1 Предел функции в бесконечности и в точке	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
5	Тема 2.2. Бесконечно малые и бесконечно большие величины	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
6	Тема 2.3. Замечательные пределы. Непрерывность функции	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
7	Раздел 3 Элементы дифференциального исчисления	4		
8	Тема 3.1 Производная	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
9	Тема 3.2 Производная сложной и обратной функций. Понятие производной высших порядков	2	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
10	Тема 3.3	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и	Решение задач в тетради

	Приложения производной		упражнений по образцу	
	Раздел 4			5
	Элементы интегрального исчисления			
9	Тема 4.1 Неопределенный интеграл		Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
10	Тема 4.2 Метод замены переменной	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
11	Тема 4.3 Метод интегрирования по частям	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
12	Тема 4.4 Определенный интеграл	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
	Раздел 5			
	Комплексные числа			
13	Тема 5.1 Алгебраическая форма комплексного числа.	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
14	Тема 5.2 Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
15	Тема 5.3 Действия над комплексными числами	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
	Раздел 6			
	Элементы теории вероятностей и математической статистики			
16	Тема 6.1 Элементы теории вероятностей	2	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
17	Тема 6.2 Элементы математической статистики	1	Изучение конспекта лекции, решение задач и упражнений по образцу	Решение задач в тетради
	ВСЕГО	22		

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методические рекомендации по решению примеров линейной алгебры

Пример. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ – матрица размера 2×3 , элементами которой являются числа.

Пример. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица.

Пример. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$. Тогда $C = A + B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$.

Пример. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -5 & -2 \end{vmatrix}$.

Решение:

$$a_{11}=6, a_{12}=1, a_{21}=-5, a_{22}=-2.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} = 6(-2) - (-5)1 = -7.$$

Ответ: -7.

Пример. Используя определение, вычислить определитель третьего порядка

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Решение:

В данном примере числовые значения элементов следующие: $a_{11}=1$; $a_{12}=1$; $a_{13}=-1$; $a_{21}=2$; $a_{22}=1$; $a_{23}=-2$; $a_{31}=-1$; $a_{32}=1$; $a_{33}=2$. Подставляя эти значения в выражение определителя через его элементы, получим:

$$\Delta = 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) \cdot (-1) + 2 \cdot 1 \cdot (-1) - (-1) \cdot 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot (-2) \cdot 1 = 2 + 2 - 2 - 1 - 4 + 2 = -1.$$

Пример. Найти алгебраические дополнения элементов первой строки

определителя и первого столбца: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

Решение:

$$A_{11} = M_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2; \quad A_{12} = -M_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -1;$$

$$A_{13} = M_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 3; \quad A_{21} = -M_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 3;$$

$$A_{31} = M_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4.$$

Ответ: $A_{11}=-2$; $A_{12}=-1$; $A_{13}=3$; $A_{21}=3$; $A_{31}=4$.

Пример. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ с использованием

различных его свойств.

Решение:

1. Вычислим определитель Δ , используя его определение:

$$\Delta = 1 \cdot (-2) \cdot (-3) + 2 \cdot 3 \cdot (-2) + 1 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 1 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-3) - 1 \cdot 3 \cdot 1 = -20.$$

2. Вычислим определитель, разложив его по элементам первой строки:

$$\Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13};$$

$$\Delta = 1 \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 18 - 5 = -20;$$

3. Вычислим определитель, разложив его по элементам второго столбца:

$$\Delta = a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32};$$

$$\Delta = -2 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -18 + 2 - 4 = -20;$$

4. Вычислим определитель Δ , предварительно преобразовав его с использованием седьмого свойства.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix} \cdot 1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}.$$

К определителю $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix}$, который мы получили, заменив в исходном

определителе вторую строку суммой элементов первой и второй строки, применим пятое свойство, раскладывая его по элементам второй строки.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -20.$$

Ответ: $\Delta = -20$.

Пример. Найти произведение матриц $C = AB$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -4 & 3 \\ -5 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение:

Матрица A имеет размер 2×4 , а матрица B — 4×3 . Поскольку число столбцов матрицы A равняется числу строк матрицы B , следовательно, матрицу A можно слева умножить на матрицу B . Пусть $AB = C$. Тогда:

$$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{14}b_{41} = 1(-1) + (-1)4 + 2 \cdot 2 + 1(-5) = -6;$$

$$c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} + a_{14}b_{42} = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 0 + 2 \cdot (-4) + 1 \cdot 1 = -5;$$

$$c_{13} = a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} + a_{14}b_{43} = 1 \cdot 3 - 1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 0 = 4;$$

$$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} + a_{24}b_{41} = 0(-1) + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 - 2(-5) = 30;$$

$$c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} + a_{24}b_{42} = 0 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot (-4) - 2 \cdot 1 = -18;$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} + a_{24}b_{43} = 0 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 - 2 \cdot 0 = 27.$$

$$\text{Таким образом, } c = AB = \begin{pmatrix} -6 & -5 & 4 \\ 30 & -18 & 27 \end{pmatrix}.$$

Пример. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -3 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу A^{-1} , обратную к

матрице A . Полученный результат проверить, определяя произведение $A^{-1}A = E$.

Решение:

Найдем определитель матрицы A .

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -3 \\ -5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & -9 \\ 0 & -3 & 11 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & -9 \\ -3 & 11 \end{vmatrix} = 50.$$

Поскольку $\Delta A \neq 0$, матрица A является обратимой, т.е. существует обратная матрица A^{-1} .

Найдем алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 10; \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = 12;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} = 26; \quad A_{21} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5;$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = 11; \quad A_{23} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} = 3;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -5; \quad A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 9;$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 7.$$

Таким образом, $A^{-1} = \frac{1}{50} \begin{pmatrix} 10 & 5 & -5 \\ 12 & 11 & 9 \\ 26 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ – матрица, обратная к матрице A . Найдем

произведение $A^{-1}A$.

$$\frac{1}{50} \begin{pmatrix} 10 & 5 & -5 \\ 12 & 11 & 9 \\ 26 & 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -3 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{50} \begin{pmatrix} 50 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

Поскольку $A^{-1}A = E$, следовательно, обратная матрица A^{-1} найдена правильно.

Ответ: $A^{-1} = \frac{1}{50} \begin{pmatrix} 10 & 5 & -5 \\ 12 & 11 & 9 \\ 26 & 3 & 7 \end{pmatrix}$.

Пример. Решить систему линейных уравнений по формулам

$$\text{Крамера: } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -5, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -2. \end{cases}$$

Решение:

Вычисляем определители Δ , Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 .

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -15.$$

Поскольку $\Delta = -15 \neq 0$, система линейных уравнений имеет единственное решение.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -5 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -15;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -5 & -1 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 15;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & -2 & -8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -8 \end{vmatrix} = -30.$$

Находим решение системы.

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-15}{-15} = 1; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{15}{-15} = -1; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-30}{-15} = 2.$$

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2$.

в том случае, когда матрица из коэффициентов при неизвестных будет обратной.

П р и м е р. Решить матричным способом систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Решение:

Находим определитель Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -8.$$

Поскольку $\Delta \neq 0$, следовательно матрица из коэффициентов при неизвестных будет обратной и, следовательно, систему линейных уравнений можно решить матричным способом.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A .

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2; \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -4; \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2;$$

$$A_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2;$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -4; \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4.$$

Найдем обратную матрицу A^{-1} :

$$A^{-1} = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Найдем решение системы линейных уравнений:

$$X = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$. Поскольку матрица $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, получим следующее

решение: $x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 0$.

Ответ: $x_1 = 1; x_2 = 3; x_3 = 0$.

П р и м е р. Решить систему линейных уравнений методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 10, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

Решение:

Запишем систему линейных уравнений в виде таблицы:

x_6	x_1	x_2	x_3	θ_i
	1	1	-1	-2
	3	-1	3	10
	-1	1	1	0

Таблица 1

В качестве разрешающего элемента возьмем коэффициент $a_{11} = 1$. Тогда разрешающей будет первая строка и разрешающим будет первый столбец.

Переходим ко второй таблице. Первую строку без изменения (делим на единицу) записываем во вторую таблицу первой строкой. "Разрешающая" единица без изменения перейдет во вторую таблицу. Остальные элементы первого столбца второй таблицы будут нулевыми.

Приведем методику расчета других элементов второй таблицы.

$$a'_{22} = \frac{a_{22}a_{11} - a_{21}a_{12}}{a_{11}} = \frac{-1 \cdot 1 - 3 \cdot 1}{1} = -4;$$

$$a'_{32} = \frac{a_{32}a_{11} - a_{31}a_{12}}{a_{11}} = \frac{1 \cdot 1 - (-1) \cdot 1}{1} = 2;$$

$$a'_{23} = \frac{a_{23}a_{11} - a_{21}a_{13}}{a_{11}} = \frac{3 \cdot 1 - 3 \cdot (-1)}{1} = 6;$$

$$a'_{33} = \frac{a_{33}a_{11} - a_{31}a_{13}}{a_{11}} = \frac{1 \cdot 1 - (-1) \cdot (-1)}{1} = 0;$$

$$\theta'_2 = \frac{\theta_2 a_{11} - a_{21} \theta_1}{a_{11}} = \frac{10 \cdot 1 - 3 \cdot (-2)}{1} = 16;$$

$$\theta'_3 = \frac{\theta_3 a_{11} - a_{31} \theta_1}{a_{11}} = \frac{0 \cdot 1 - (-1) \cdot (-2)}{1} = -2$$

x_6	x_1	x_2	x_3	θ_i
	1	1	-1	-2
	3	-1	3	10
	-1	1	1	0

Таблица 2

x_1	1	1	-1	-2
	0	-4	6	16
	0	2	0	-2

Переменная x_1 стала базисной, поэтому x_1 записывается в столбец x_6 против соответствующего единичного коэффициента при переменной x_1 , т.е. в первой строке. В качестве разрешающего выбираем элемент $a'_{32} = 2$ и переходим к таблице 3.

x_6	x_1	x_2	x_3	b_i
x_1	1	0	-1	-1
	0	0	6	12
x_3	0	1	0	-1

Таблица 3

После преобразования элементов таблицы 3, получим заключительную таблицу 4.

x_6	x_1	x_2	x_3	b_i
x_1	1	0	0	1
x_2	0	0	1	2
x_3	0	1	0	-1

Таблица 4

Первый и последний столбцы таблицы 4 дают решение системы линейных уравнений.

Ответ: $x_1=1$; $x_2=-1$; $x_3=2$.

Методические рекомендации по решению примеров математического анализа

Пример. Найти $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Решение:

Подставляя вместо переменной ее предельное значение и используя свойства пределов, получим: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{1 - 4}{1 - 2} = 3$.

Ответ: 3.

Пример. Найти $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1}$.

Решение:

Непосредственная подстановка предельного значения переменной в выражение функции под знаком предела приводит к неопределенности вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Преобразуем функцию, разложив числитель и знаменатель на множители:

$$\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1} = \frac{(x+1)(2x-5)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x-5}{x-1}$$

Найдем предел функции после преобразования:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x - 5}{x - 1} = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2}$$

Ответ: $\frac{7}{2}$

Пример. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$.

Решение:

Непосредственная подстановка значения переменной $x = \infty$ в выражение функции

под знаком предела приводит к неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Разделим числитель и знаменатель дроби на x^2 . Получим:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{2 + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}.$$

$$\text{Но } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} = 0.$$

$$\text{Тогда } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3}{2}.$$

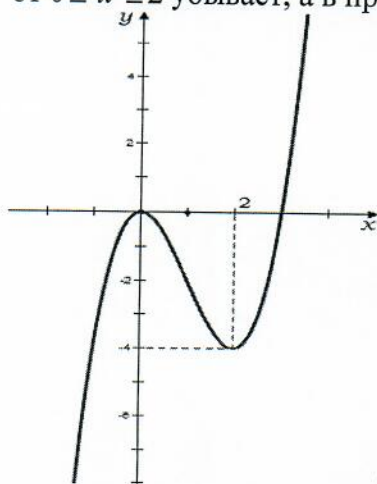
Методические рекомендации по решению примеров дифференциального исчисления
Пример. Исследовать на экстремум функцию $f(x) = x^3 - 3x^2$ и найти ее промежутки монотонности.

Решение:

- 1) Функция определена для всех $x \in \mathbb{R}$. Найдем производную: $f'(x) = 3x^2 - 6x$.
- 2) Из уравнения $3x^2 - 6x = 3x(x - 2) = 0$ получим критические точки функции $x_1 = 0$ и $x_2 = 2$.
- 3) Так как при переходе через точку $x_1 = 0$ производная меняет знак с плюса на минус, то в этой точке функция имеет максимум.
- 4) При переходе через точку $x_2 = 2$ производная меняет знак с минуса на плюс, поэтому в точке $x_2 = 2$ у функции минимум.
- 5) Составим таблицу:

x	$(-\infty; 0]$	0	$[0; 2]$	2	$[2; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	$f_{\max}(0) = 0$	↓	$f_{\min}(2) = -4$	↑

6) Таким образом, данная функция в промежутке от $-\infty < x \leq 0$ возрастает, в промежутке от $0 \leq x \leq 2$ убывает, а в промежутке от $2 \leq x < +\infty$ опять возрастает.



Ответ: $(0; 0)$ – точка максимума, $(2; -4)$ – точка минимума; функция возрастает $(-\infty; 0]$ и $[2; +\infty)$, функция убывает $[0; 2]$.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет – ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Математика. Алгебра и начала мат. анализа, геометрия. 10-11 кл.: Учебник. Баз.иуглубл. уровни ФГОС / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева.- М.: Просвещение, 2017.-463 с
2. Математика: Учебник / В.П. Григорьев.- М.: ИЦ Академия, 2016.-368 с.
3. Элементы высшей математики (12-е изд., стер.) учебник/ Григорьев В.П.- М.: ИЦ Академия,2017-400 с.
4. Математика: учебник для студентов учреждений СПО/ С.Г.Григорьев - 2-е изд.,стер.-М.:ИЦ «Академия», 2018. – 368 с
5. Математика: учебник для студентов учреждений СПО/ И.Д.Пехлецкий - 13-е изд.,стер.-М.:ИЦ «Академия», 2018. – 320 с.

Дополнительные источники:

6. Подольский В.А. Сборник задач по математике: Учеб.пособие.-2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш.шк., 1999.-495 с.

Электронные издания (электронные ресурсы)

7. Информационно-образовательная среда «Российская электронная школа»
<https://resh.edu.ru/>
-<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4921/start/200887/>
- <https://resh.edu.ru/subject/lesson/4923/start/200980/>
- <https://resh.edu.ru/subject/lesson/6114/start/201073/>
-<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4924/start/225713/>
- <https://resh.edu.ru/subject/lesson/3993/start/225744/>
8. Цифровая образовательная среда СПО PROФобразование:
- Алексеев, Г. В. Высшая математика. Теория и практика : учебное пособие для СПО / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. — Саратов : Профобразование, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 236 с. — ISBN 978-5-4486-0755-4, 978-5-4488-0253-9. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/81274> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
-Березина, Н. А. Высшая математика : учебное пособие / Н. А. Березина. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 158 с. — ISBN 978-5-9758-1888-1. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/80978> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
- Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — 2-е изд. — Минск :Вышэйшая школа, 2017. — 304 с. — ISBN 978-985-06-2884-8 (ч. 1), 978-985-06-2885-5. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/90754> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
-Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск :Вышэйшая школа, 2016. — 272 с. — ISBN 978-985-06-2766-7 (ч. 2), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО

PROFобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/90755> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

- Рябушко, А. П. Высшая математика. Теория и задачи. В 5 частях. Ч.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы : учебное пособие / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск :Вышэйшая школа, 2017. — 320 с. — ISBN 978-985-06-2798-8 (ч. 3), 978-985-06-2764-3. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/90756> (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Электронно-библиотечная система:

IPRBOOKS - <http://www.iprbookshop.ru/78574.html>

Веб-система для организации дистанционного обучения и управления им:

Система дистанционного обучения ОГАПОУ «Алексеевский колледж»
<http://moodle.alcollege.ru/>