

**Приложение ППСЗ по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирования  
(квалификация - администратор баз данных) 2024-2025 уч.г.:  
Комплект контрольно-оценочных средств учебной дисциплины ОУД.07 Математика**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ БЕЛГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ  
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«АЛЕКСЕЕВСКИЙ КОЛЛЕДЖ»**

**Комплект  
контрольно-оценочных средств**

по учебной дисциплине

**ОУД.07 Математика**

для специальности

**09.02.07 Информационные системы и программирование  
(квалификация - администратор баз данных)**

Алексеевка - 2024

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС СОО), утвержденного приказом Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (с изменениями и дополнениями от: 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г., 29 июня 2017 г., 24 сентября, 11 декабря 2020 г., 12 августа 2022 г.); положений Федеральной образовательной программы среднего общего образования, утвержденной Приказом Министерства просвещения РФ от 18 мая 2023 г. № 371 (в ред. Приказов Минпросвещения России от 01.02.2024 № 62, от 19.03.2024 № 171), с учетом Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 9 декабря 2016 года № 1547.

Составитель:

Демина Ю.Н., преподаватель ОГАОУ «Алексеевский колледж»

## 1. Паспорт комплекта оценочных средств

### 1. Область применения комплекта оценочных средств

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ОУД.07 Математика.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации в форме экзамена.

КОС разработан на основании рабочей программы учебной дисциплины ОУД.07 Математика.

### 2. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

**Контроль и оценка** результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения теоретических и практических занятий, экзамена.

<b>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания), с учетом личностных результатов</b>	<b>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</b>
<p><b>В результате освоения учебного предмета выпускник на базовом уровне научился:</b></p> <p>Свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</p> <p>-задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</p> <p>-оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</p> <p>-проверять принадлежность элемента множеству;</p> <p>-находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</p> <p>-проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности</p>	<p>Проверка домашнего задания. Защита практической работы. Устный и письменный опрос. Экзамен.</p>

утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

-использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;

-проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов

-Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени  $n$ , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

-понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;

-переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;

-доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

-выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;

-сравнивать действительные числа разными способами;

-порядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;

-находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;

-выполнять вычисления и преобразования

выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;

-выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.

*В повседневной жизни и при изучении других дисциплин:*

-выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;

-записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;

составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

-Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

-решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;

-овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;

-применять теорему Безу к решению уравнений;

-применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;

- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений

*В повседневной жизни и при изучении других дисциплин:*

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств

Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;

владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;

владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;

владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;

владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;

владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;

применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;

применять при решении задач преобразования графиков функций;

владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;

применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

*В повседневной жизни и при изучении*

*других учебных дисциплин:*

-определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);

-интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;

применять для решения задач теорию пределов;

владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;

владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;

-вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;

-исследовать функции на монотонность и экстремумы;

-строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;

-владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;

-владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;

-применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.

*В повседневной жизни и при изучении других учебных дисциплин:*

-решать прикладные задачи из биологии,



физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;

- интерпретировать полученные результаты

Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральной совокупности и выборкой из нее;

- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;

- иметь представление об основах теории вероятностей;

- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;

- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;

- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;

- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;

- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;

- иметь представление о корреляции случайных величин.

*В повседневной жизни и при изучении других дисциплин:*

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;

- выбирать методы подходящего представления и обработки данных

- Решать разные задачи повышенной трудности;

-анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;  
-строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;  
-решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;  
-анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;  
-переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

*В повседневной жизни и при изучении других дисциплин:*

-решать практические задачи и задачи из других предметов  
-Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;  
-самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;  
-исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;  
-решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные

построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;

- уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;
- владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;
- иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;
- уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;
- иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;
- применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;
- уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;
- уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;
- владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;
- владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;
- владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при

решении задач;

- владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;
- владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;
- иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;
- иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;
- уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
- иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.

*В повседневной жизни и при изучении других дисциплин:*

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат
- Владеть понятиями векторы и их координаты;
- уметь выполнять операции над векторами;

<ul style="list-style-type: none"> <li>-использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>-применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</li> <li>-применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> <li>-Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> <li>-применять основные методы решения математических задач;</li> <li>-на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li> <li>-применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li> <li>-пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</li> </ul>	
--	--

Профессиональные (ПК) и общие (ОК) компетенции, которые актуализируются при изучении учебной дисциплины:

ОК04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

Профессионально-ориентированное содержание прослеживается через интеграцию ОУД. 07 Математика и МДК.02.03 Математическое моделирование.

#### **1.4. Планируемые личностные результаты освоения рабочей программы:**

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 5. Демонстрирующий приверженность к родной культуре, исторической памяти на основе любви к Родине, родному народу, малой

родине, принятию традиционных ценностей многонационального народа России.

ЛР 6. Проявляющий уважение к людям старшего поколения и готовность к участию в социальной поддержке и волонтерских движениях.

ЛР 7. Осознающий приоритетную ценность личности человека; уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях, во всех формах и видах деятельности.

ЛР 9. Соблюдающий и пропагандирующий правила здорового и безопасного образа жизни, спорта; предупреждающий либо преодолевающий зависимости от алкоголя, табака, психоактивных веществ, азартных игр и т.д. Сохраняющий психологическую устойчивость в ситуативно сложных или стремительно меняющихся ситуациях.

### 3 Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Наименование тем	Коды умений (У), знаний (З), личностных результатов (ЛР), формированию которых способствует элемент программы	Средства контроля и оценки результатов обучения <b>в рамках текущей аттестации</b> (номер задания)	Средства контроля и оценки результатов обучения <b>в рамках промежуточной аттестации</b> (номер задания/контрольного вопроса/ экзаменационного билета)
<b>Тема 1.1</b> Цели и задачи математики при освоении специальности	ПРу1-ПРу8, ПРу9-ПРу16, ПРу18-ПРу20,  ЛР 5, ЛР 9,  МР1, МР3, МР9, МП12	сообщение на тему «Зачем математика будущему юристу»	№ 1, 2, 3
<b>Тема 1.2.</b> Целые и рациональные числа	ПРу1-ПРу8, ПРу9-ПРу16, ПРу18-ПРу20,  ЛР 5, ЛР 9,  МР1, МР3, МР9, МП12	ПЗ № 1	№ 1, 2, 3
<b>Тема 1.3</b> Действительные числа	ПРу1-ПРу8, ПРу9-ПРу16, ПРу18-ПРу20,  ЛР 5, ЛР 9,  МР1, МР3, МР9, МП12	ПЗ № 2	№ 1, 2, 3
<b>Тема 1.4</b> Процентные вычисления	ПРу1-ПРу8, ПРу9-ПРу16, ПРу18-ПРу20,  ЛР 5, ЛР 9,  МР1, МР3, МР9, МП12	ПЗ № 3	
<b>Тема 1.5</b> Уравнения и неравенства. Системы уравнений	ПРу1-ПРу8, ПРу9-ПРу16,	ПЗ № 3	№ 9,19

	ПРy18-ПРy20, ЛР 5, ЛР 9, МР1, МР3, МР9, МП12		
<b>Тема 1.6</b> Геометрия на плоскости	ПРy1-ПРy8, ПРy9-ПРy16, ПРy18-ПРy20, ЛР 5, ЛР 9, МР1, МР3, МР9, МП12	ПЗ № 4	
<b>Тема 2.1</b> Корень n-ой степени и его свойства	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 5	№ 7
<b>Тема 2.2</b> Степень с рациональным и действительным показателем	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 6	№ 9
<b>Тема 2.3</b> Степенная функция и ее график	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 6	
<b>Тема 2.4</b> Иррациональные уравнения и неравенства	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 5	№ 7
<b>Тема 2.5</b> Показательная	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41-	ПЗ № 7	№ 9



функция	ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18		
<b>Тема 2.6</b> Показательные уравнения и неравенства	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 8	№ 9
<b>Тема 2.7</b> Логарифмы	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 9	№ 7
<b>Тема 2.8</b> Логарифмическая функция	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 10	№ 9
<b>Тема 2.9</b> Логарифмические уравнения и неравенства	ПРy17, ПРy20, ПРy40, ПРy41- ПРy44, ПРy49, ПРy50, ЛР5, ЛР8, ЛР9 МР3, МР11, МР18	ПЗ № 11	№ 9
<b>Тема 3.1</b> Параллельность прямых и плоскостей в пространстве	ПРy83-ПРy89, ПРy91 – ПРy98, ПРy112, ЛР6, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11, МР16	ПЗ № 12	№ 5, 10, 13, 15
<b>Тема 3.2</b> Параллельное проектирование и	ПРy83-ПРy89, ПРy91 – ПРy98,	ПЗ № 13	№ 5, 10, 13, 15

его свойства.	ПРy112, ЛР6, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11, МП16		
<b>Тема 3.3</b> Перпендикулярность прямой и плоскости	ПРy83-ПРy89, ПРy91 – ПРy98, ПРy112, ЛР6, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11, МП16	ТЗ № 1	№ 5, 10, 13, 15
<b>Тема 3.4</b> Перпендикуляр и наклонные	ПРy83-ПРy89, ПРy91 – ПРy98, ПРy112, ЛР6, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11, МП16	ТЗ № 2	№ 5, 10, 13, 15
<b>Тема 3.5</b> Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.	ПРy83-ПРy89, ПРy91 – ПРy98, ПРy112, ЛР6, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11, МП16	ПЗ № 14	№ 5, 10, 13, 15
<b>Тема 4.1</b> Размещения и перестановки	ПРy66, ПРy77 – ПРy79, ПРy82, ПРy118, ПРy119 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 15	№ 11
<b>Тема 4.3</b> Сочетания и их свойства	ПРy66, ПРy77 – ПРy79, ПРy82, ПРy118, ПРy119 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 16	№ 11
<b>Тема 4.4</b> Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник	ПРy66, ПРy77 – ПРy79, ПРy82, ПРy118, ПРy119 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9,	ПЗ № 17	№ 11

Паскаля.	MP11		
<b>Тема 5.1</b> Многогранники	ПРy99 – ПРy112, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 36 ПЗ № 37 ПЗ № 38	№ 10, 13
<b>Тема 6.1</b> Радианная мера угла	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 25	№ 7
<b>Тема 6.2</b> Повороты точки вокруг начала координат	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 26	№ 7
<b>Тема 6.3</b> Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса действительного числа. Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 27	№ 7
<b>Тема 6.4</b> Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 28	№ 7
<b>Тема 6.5</b> Тригонометрические тождества	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 29	№ 7
<b>Тема 6.6</b> Тригонометрические функции	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46,	ПЗ № 30	№ 7

	ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 МР2, МР3, МР9, МР10		
<b>Тема 6.7</b> Арксинус, арккосинус и арктангенс	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 МР2, МР3, МР9, МР10	ПЗ № 31	№ 7
<b>Тема 6.8</b> Тригонометрические уравнения и неравенства	ПРy17, ПРy43, ПРy44, ПРy46, ПРy49, ПРy51 ЛР4, ЛР7, ЛР9 МР2, МР3, МР9, МР10	ПЗ № 32	№ 9
<b>Тема 7.1</b> Понятие вектора в пространстве	ПРy113- ПРy117 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 18	
<b>Тема 7.2</b> Действия с векторами	ПРy113- ПРy117 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 19	
<b>Тема 7.3</b> Компланарные векторы.	ПРy113- ПРy117 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 20	
<b>Тема 7.4</b> Прямоугольная система координат в пространстве	ПРy113- ПРy117 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 21 ПЗ № 22	
<b>Тема 7.5</b> Скалярное произведение векторов.	ПРy113- ПРy117 ЛР5, ЛР7, ЛР9 МР1, МР3, МР9, МР11	ПЗ № 23	
<b>Тема 7.6</b> Использование координат и	ПРy113- ПРy117 ЛР5, ЛР7, ЛР9	ПЗ № 24	

векторов при решении математических и прикладных задач	MP1, MP3, MP9, MP11		
<b>Тема 8.1</b> Функции	ПРy39- ПРy51, ЛР6, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 33	№ 14
<b>Тема 8.2</b> Преобразования графиков функций	ПРy39- ПРy51, ЛР6, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 34	№ 14
<b>Тема 8.3</b> Свойства функций	ПРy39- ПРy51, ЛР6, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 35	№ 14
<b>Тема 9.1</b> Круглые тела	ПРy99 – ПРy112, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 39 ПЗ № 40 ПЗ № 41 ПЗ № 42	№ 10, 13
<b>Тема 10.1</b> Последовательности	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 43	№ 14
<b>Тема 10.2</b> Производная и ее применения	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 44 ПЗ № 45	№ 14
<b>Тема 11.1</b> Объемы тел	ПРy99 – ПРy112, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 39 ПЗ № 40 ПЗ № 41 ПЗ № 42	№ 10, 13
<b>Тема 12.1</b> Первообразная. Основное свойство	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9	ПЗ № 46	

первообразной.	MP2, MP3, MP9, MP10		
<b>Тема 12.2</b> Правила нахождения первообразных	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 47	
<b>Тема 12.3</b> Площадь криволинейной трапеции	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 48	
<b>Тема 12.4</b> Интеграл. Вычисление интегралов	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 49	
<b>Тема 12.5</b> Вычисление площадей с помощью интегралов	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 50	
<b>Тема 12.6</b> Применения первообразной функции и интеграла в прикладных задачах	ПРy52 – ПРy63, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 51	
<b>Тема 13.1</b> Случайное событие. Вероятность события	ПРy64 – ПРy75, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 52	№ 11
<b>Тема 13.2</b> Теоремы сложения и умножения вероятностей	ПРy64 – ПРy75, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 53	№ 11
<b>Тема 13.3</b> Представление данных. Задачи математической статистики социально-экономического профиля	ПРy64 – ПРy75, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 54	№ 12
<b>Тема 13.4</b> Понятие о задачах	ПРy64 – ПРy75, ЛР4, ЛР7, ЛР9	ПЗ № 55	№ 12

математической статистики.	MP2, MP3, MP9, MP10		
<b>Тема 14.1</b> Равносильность уравнений и неравенств. Уравнения-следствия.	ПРy21 – ПРy38, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 56	№ 9, 17
<b>Тема 14.2</b> Равносильность уравнений и неравенств системам.	ПРy21 – ПРy38, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 57	№ 9, 17
<b>Тема 14.4</b> Метод интервалов для уравнений и неравенств	ПРy21 – ПРy38, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 58	№ 9, 17
<b>Тема 14.5</b> Системы уравнений с несколькими неизвестными	ПРy21 – ПРy38, ЛР4, ЛР7, ЛР9 MP2, MP3, MP9, MP10	ПЗ № 59-60	№ 9, 17, 19

## 2. Комплект оценочных средств для текущей аттестации

### 2.1. Практические задания (ПЗ)

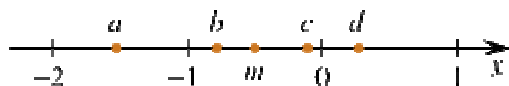
#### ПЗ №1

Вариант 1	Вариант 2
Запишите в виде обыкновенной дроби:	Запишите в виде обыкновенной дроби:
9,(6);	2,(3)
32,(39);	59,(34)
0,30(5);	0,52 (3)
0,(2475).	0,(3586)
<b>0,41 (6)</b>	<b>0,10 (6)</b>
<b>0,6 (54)</b>	2,5(13)
<b>0,(15)</b>	0,(36)
1,0(8)	<b>0,5 (3)</b>
0,16 (5)	0,31 (6)
3,(345)	3,(15)
3,48(4)	12,0(6)
1,(33)	0,(66)
-1,2(3)	-0,01(23)

#### ПЗ №2

1) На координатной прямой точками отмечены числа  $a, b, c, d$  и  $m$ . Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца.

ТОЧКИ



ЧИСЛА

- 1)  $m - \frac{1}{4}$
- 2)  $-\frac{m}{2}$
- 3)  $3m$
- 4)  $m^3$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

a	b	c	d

2) На прямой отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$ .





Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ

- А) А
- Б) В
- В) С
- Г) D

ЧИСЛА

- 1)  $\frac{6}{13}$
- 2)  $\frac{17}{8}$
- 3) 0,42
- 4) 0,45

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

3) Найдите значение выражения:

$$\left(-2\frac{3}{4} - \frac{3}{8}\right) \cdot 160.$$

$$(728^2 - 26^2) : 754.$$

$$(3,9 - 2,4) \cdot 8,2$$

$$\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}.$$

ПЗ №3

1. В 2008 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

2. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

4. Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг,

содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

6. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  $B$  на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

7. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

8. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

### НЕРАВЕНСТВА

А)  $(x-3)(x-6) < 0$

Б)  $\frac{(x-6)^2}{x-3} > 0$

В)  $\frac{x-3}{x-6} > 0$

Г)  $(x-3)^2(x-6) < 0$

### РЕШЕНИЯ

1)  $(3; 6)$

2)  $(-\infty; 3) \cup (6; +\infty)$

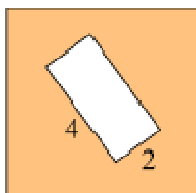
3)  $(3; 6) \cup (6; +\infty)$

4)  $(-\infty; 3) \cup (3; 6)$

### ПЗ № 4

1. Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.

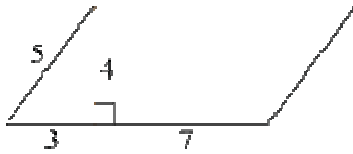
2. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рис.). Найдите площадь получившейся фигуры.



6

1. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

2. Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба.



1. Сторона треугольника равна 10, а проведённая к этой стороне высота равна 5. Найдите площадь треугольника.



2. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна  $10\sqrt{3}$ , а угол между ними равен  $60^\circ$ . Найдите площадь треугольника.

ПЗ № 5

1. Найдите значение выражения  $\sqrt{65^2 - 56^2}$ .
2. Найдите значение выражения  $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$ .
3. Найдите значение выражения  $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$ .
4. Найдите значение выражения  $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$ .
5. Найдите значение выражения  $\frac{7}{3}\sqrt{6} \cdot \sqrt{54}$ .
6. Найдите значение выражения  $(2\sqrt{5} - 5) \cdot (2\sqrt{5} + 5)$ .
7. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ .
8. Найдите значение выражения  $(\sqrt{13} - 2\sqrt{3})(\sqrt{13} + 2\sqrt{3})$ .
9. Найдите значение выражения  $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7}$ .
10. Найдите значение выражения  $\sqrt{2^2 \cdot 3^4}$ .
11. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{32}}{5\sqrt{8}}$ .
12. Найдите значение выражения  $\frac{7\sqrt{175}}{\sqrt{7}}$ .
13. Найдите значение выражения  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{1,6}$ .
14. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{11 \cdot 35}}{\sqrt{7 \cdot 55}}$ .
15. Найдите значение выражения  $\frac{64}{(4\sqrt{5})^2}$ .

ПЗ № 5

1. Найдите корень уравнения  $\sqrt{15 - 2x} = 3$ .

2. Найдите корень уравнения  $\sqrt{3x - 8} = 5$ .

3. Найдите корень уравнения  $\sqrt{13 + 2x} = 5$ .

4. Найдите корень уравнения  $\sqrt{10 - x} - 3 = 0$ .

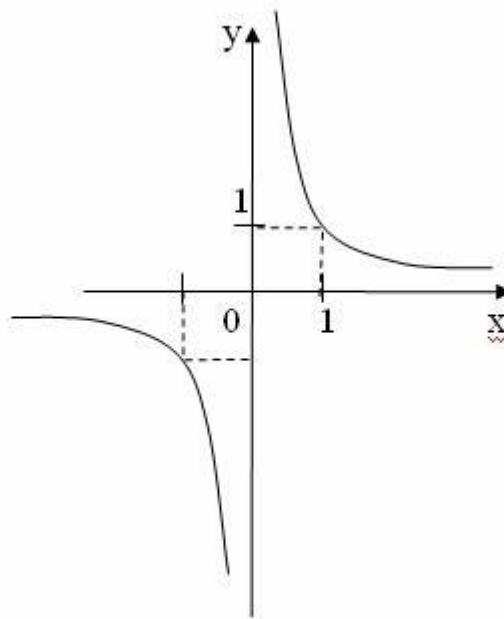
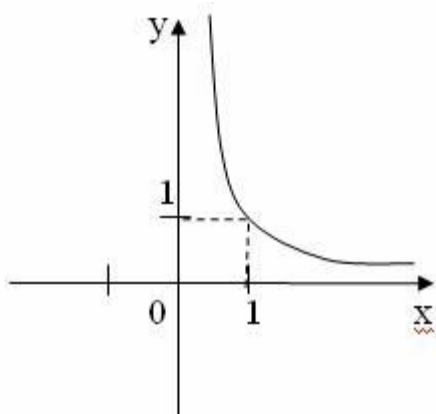
5. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{5}$ .

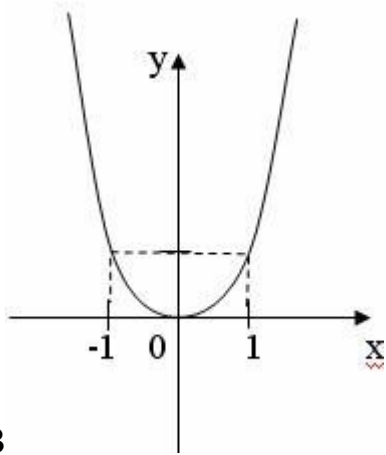
6. Решите уравнение  $\sqrt{6 + 5x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

7. Найдите корень уравнения  $\sqrt{34 - 3x} = x - 2$ .

ПЗ № 6

1. Поставьте в соответствие графику функции формулу. Ответ запишите в виде трехзначного числа.



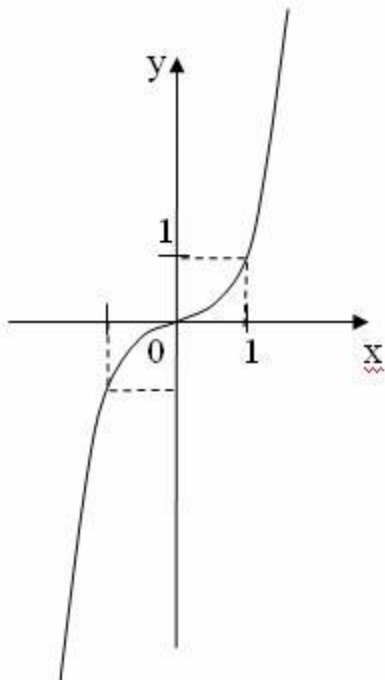


В

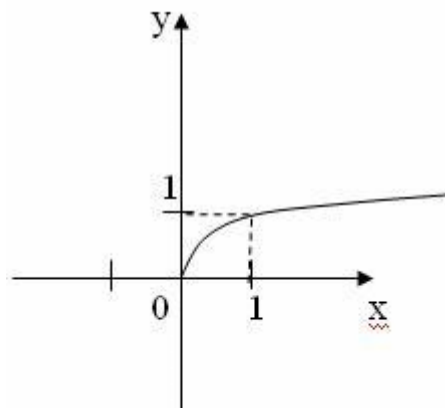
Формулы: 1)  $y=x^{2,4}$ ; 2)  $y=x^{-2,4}$ ; 3)  $y=x^{-2,3}$

2. Нарисуйте эскиз графика функции  $y=x^{0,3}$  и перечислите свойства.

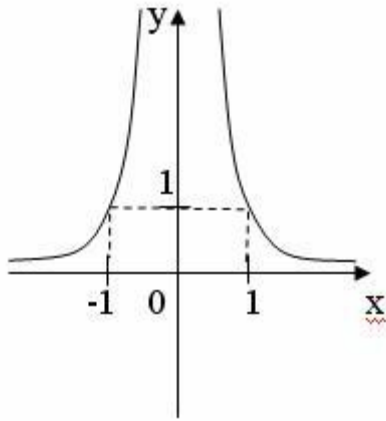
3. Укажите значение показателя степени степенной функции  $y=x^r$ , чтобы рисунок соответствовал графику функции.



А)

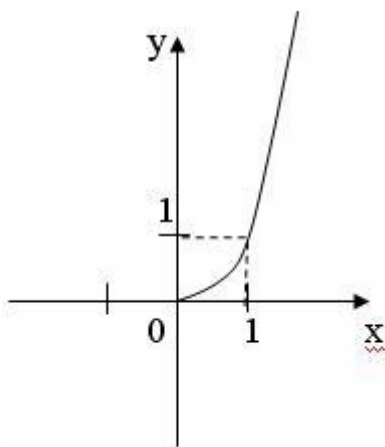


Б)



В)

4. На рисунке изображен график функции (выберите верный ответ):



А)  $y = x^{2-\sqrt{5}}$ ; Б)  $y = x^{-\pi}$ ; В)  $y = x^{\sqrt{3}}$ ; Г)  $y = x^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ .

1. Найдите значение выражения  $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$ .

2.

Найдите значение выражения  $\frac{4^{3,5} \cdot 5^{2,5}}{20^{1,5}}$ .

3. Найдите значение выражения  $\left(\frac{9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{9}}\right)^3$ .

4. Найдите значение выражения  $\frac{(9^{-3})^2}{9^{-8}}$ .

5. Найдите значение выражения  $2^6 \cdot \frac{2^{-2}}{2^2}$ .

6. Найдите значение выражения  $4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1$ .

7. Найдите значение выражения  $\frac{2^6}{2^4 \cdot 2^{-1}}$ .

8. Найдите значение выражения  $\frac{4^{10}}{2^{11}}$ .
9. Найдите значение выражения  $4 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^2$ .
10. Найдите значение выражения  $4 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-1}$ .
11. Найдите значение выражения  $7,9 \cdot 10^{-2} + 4,5 \cdot 10^{-1}$ .
12. Найдите значение выражения  $\frac{(0,01)^2 \cdot 10^5 : 4^{-2}}{8^{11} \cdot 32^{-2}}$ .
13. Найдите значение выражения  $\frac{4^7}{4^7}$ .
14. Найдите значение выражения  $3,4 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10^3$ .
15. Найдите значение выражения  $\frac{(6 \cdot 10^{-1}) \cdot (1,5 \cdot 10^4)}{3^{-10} \cdot 3^5}$ .
16. Найдите значение выражения  $\frac{3^{6,5}}{3^{-7}}$ .
17. Найдите значение выражения  $\frac{9^{2,25}}{7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}}$ .
18. Найдите значение выражения  $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$ .
19. Найдите значение выражения  $\frac{(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}})^{15}}{10^9}$ .
20. Найдите значение выражения  $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$ .
21. Найдите значение выражения  $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$ .
22. Найдите значение выражения  $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$ .
23. Найдите значение выражения  $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$ .
24. Найдите значение выражения  $(5^{12})^3 : 5^{37}$ .
25. Найдите значение выражения  $(49^6)^3 : (7^7)^5$ .
26. Найдите значение выражения  $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$ .
27. Найдите значение выражения  $2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}$ .
28. Найдите значение выражения  $\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}$ .
29. Найдите значение выражения  $\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}$ .
30. Найдите значение выражения
31. Найдите сумму чисел  $9,4 \cdot 10^2$  и  $2,1 \cdot 10^3$
32. Найдите частное от деления  $1,6 \cdot 10^2$  на  $4 \cdot 10^{-2}$ .
33. Найдите произведение чисел  $4 \cdot 10^5$  и  $2,3 \cdot 10^{-7}$ .

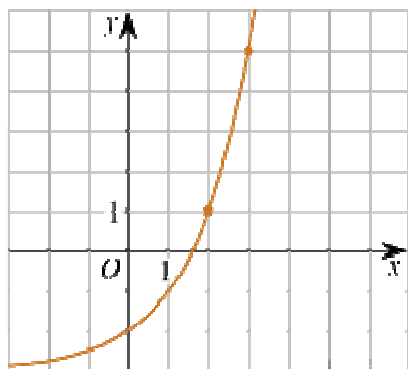
34. Найдите значение выражения  $\frac{6^{-4}}{(6^3)^{-2}}$ .
35. Найдите значение выражения  $39 \cdot 10 - 1,5 \cdot 10^2$
36. Найдите значение выражения  $(5,7 \cdot 10^3) : (1,9 \cdot 10^{-2})$ .
37. Найдите значение выражения  $\frac{1,6 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-2}}$ .
38. Найдите значение выражения  $\frac{5^7 \cdot 2^{10}}{10^6}$ .
39. Найдите значение выражения  $(-10)^4 + (-10)^3 + (-10)^2$ .
40. Найдите значение выражения  $2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1)^6$ .
41. Найдите значение выражения  $\frac{(0,1)^2}{10^{-3}} \cdot 10^2$ .
42. Найдите значение выражения  $\frac{4^7}{2^7} : 2^3$ .
43. Найдите значение выражения  $(0,01)^3 : 10^{-5} \cdot 10^4$ .
44. Найдите значение выражения  $\frac{6^{12}}{2^9 \cdot 3^{11}}$ .
45. Найдите значение выражения  $\frac{8^2}{2^2} : 2^4$ .

### ПЗ № 7

1) На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^x + b$ .

а) Найдите  $f(6)$ .

б) Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 29$ .



2) Вкладчик положил на депозит \$ 3000 под 9% годовых на 10 лет. Какая сумма аккумулируется в конце 10-го года при годовой капитализации? На сколько вырастет сумма по сравнению с первоначальным взносом?

### ПЗ № 8

1. Найдите корень уравнения  $2^{4-2x} = 64$ .



2. Найдите корень уравнения  $5^{x-7} = \frac{1}{125}$ .

3. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$ .

4. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$ .

5. Найдите корень уравнения  $16^{x-9} = \frac{1}{2}$ .

6. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$ .

7. Найдите корень уравнения:  $9^{-5+x} = 729$ .

8. Найдите корень уравнения:  $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+x} = 512$ .

9. Найдите корень уравнения  $3^{3x-4} : 3^{-5x+2} = 27$ .

10. Найдите корень уравнения  $6^{2x-6} \cdot 6^{5-3x} = 216$ .

11. Найдите корень уравнения  $3^{2x-5} \cdot 3^{2x-3} = \frac{1}{81}$ .

12. Найдите корень уравнения  $2^{2x-3} = 2^{x-2}$ .

13. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

#### НЕРАВЕНСТВА

- А)  $2^x \geq 2$
- Б)  $0,5^x \geq 2$
- В)  $0,5^x \leq 2$
- Г)  $2^x \leq 2$

#### РЕШЕНИЯ

- 1)  $x \geq 1$
- 2)  $x \leq 1$
- 3)  $x \leq -1$
- 4)  $x \geq -1$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

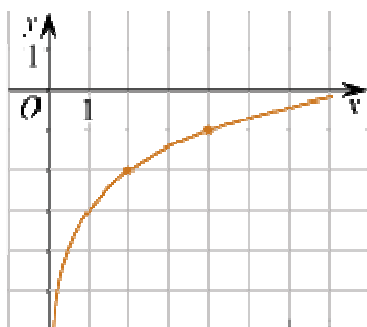
1. Найдите значение выражения  $7 \cdot 5^{\log_5 4}$ .
2. Найдите значение выражения  $36^{\log_6 5}$ .
3. Найдите значение выражения  $\log_{0,25} 2$ .
4. Найдите значение выражения  $\log_4 8$ .
5. Найдите значение выражения  $\log_5 60 - \log_5 12$ .
6. Найдите значение выражения  $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$ .
7. Найдите значение выражения  $\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3$ .
8. Найдите значение выражения  $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$ .
9. Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt[6]{13}} 13$ .
10. Найдите значение выражения  $5^{\log_2 49}$ .
11. Найдите значение выражения  $5^{3 + \log_5 2}$ .
12. Найдите значение выражения  $8^{2 \log_8 3}$ .
13. Найдите значение выражения  $64^{\log_8 \sqrt{3}}$ .
14. Найдите значение выражения  $\log_4 \log_5 25$ .
15. Найдите значение выражения  $\log_3 8,1 + \log_3 10$ .
16. Найдите значение выражения  $2^{\log_2 6 - 3}$ .
17. Найдите значение выражения  $7^{-2 \log_7 2}$ .

ПЗ № 10

1) На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$ .

а) Найдите  $f(32)$ .

б) Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 1$ .



2) В банк положили 10 000 руб под ставку 12% годовых. Через сколько лет его вклад удвоится?

ПЗ № 11

1. Найдите корень уравнения  $\log_2(4 - x) = 7$ .
2. Найдите корень уравнения  $\log_5(4 + x) = 2$ .
3. Найдите корень уравнения  $\log_5(5 - x) = \log_5 3$ .
4. Найдите корень уравнения  $\log_2(15 + x) = \log_2 3$ .
5. Найдите корень уравнения  $\log_4(x + 3) = \log_4(4x - 15)$ .

6. Найдите корень уравнения  $\log_5(5 - x) = 2\log_5 3$ .

7. Решите уравнение  $\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1$ .

8. Найдите корень уравнения  $\log_2(5x - 7) - \log_2 5 = \log_2 21$ .

9. Найдите корень уравнения  $\log_4(x + 2) + \log_4 3 = \log_4 15$ .

10. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

### НЕРАВЕНСТВА

А)  $\log_2 x \geq 1$

Б)  $\log_2 x \leq -1$

В)  $\log_2 x \geq -1$

Г)  $\log_2 x \leq 1$

### РЕШЕНИЯ

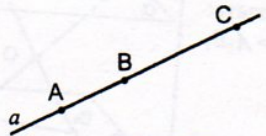
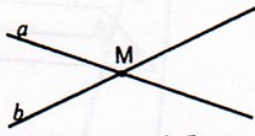
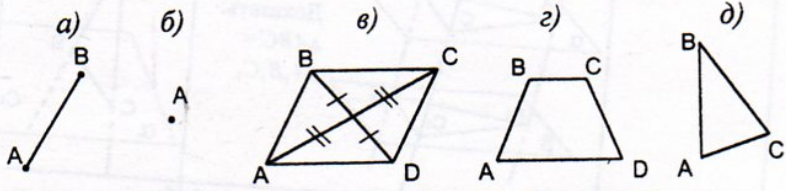
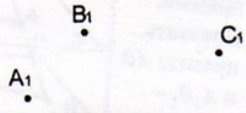
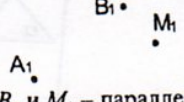
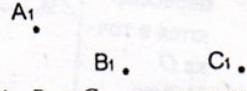
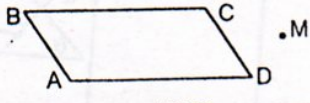


### ПЗ № 12

1. Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются. Прямая  $c$  является скрещивающейся с прямой  $a$ . Могут ли прямые  $b$  и  $c$  быть параллельными?
2. Плоскость  $\alpha$  проходит через середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$ - точки  $M$  и  $N$ . а) Докажите, что  $AD \parallel \alpha$ . б) Найдите  $BC$ , если  $AD=10$  см,  $MN=8$  см.
3. Прямая  $MA$  проходит через вершину квадрата  $ABCD$  и не лежит в плоскости квадрата.
  - а) Докажите, что  $MA$  и  $BC$ -скрещивающиеся прямые.
  - б) Найдите угол между прямыми  $MA$  и  $BC$ , если  $\angle MAD=45^\circ$ .

### ПЗ № 13

Таблица 10.7. Изображение пространственных фигур на плоскости.

<p>1</p>  <p>Могут ли точки <math>A, B</math> и <math>C</math> быть параллельными проекциями вершин <math>\triangle ABC</math>?</p>	<p>2</p>  <p>Могут ли прямые <math>a</math> и <math>b</math> быть параллельными проекциями параллельных прямых?</p>
<p>3</p>  <p>Какая из фигур может быть параллельной проекцией квадрата?</p>	
<p>4</p>  <p>Точки <math>A_1, B_1</math> и <math>C_1</math> – параллельные проекции вершин параллелограмма <math>ABCD</math>. Построить проекцию вершины <math>D</math>.</p>	<p>5</p>  <p>Точки <math>A_1, B_1</math> и <math>M_1</math> – параллельные проекции вершин <math>A</math> и <math>B</math> и точки пересечения медиан <math>\triangle ABC</math> соответственно. Построить проекцию вершины <math>C</math>.</p>
<p>6</p>  <p>Точки <math>A_1, B_1</math> и <math>C_1</math> – параллельные проекции вершин правильного шестиугольника <math>ABCDEF</math>. Построить проекцию шестиугольника.</p>	<p>7</p>  <p>Четырёхугольник <math>ABCD</math> – параллельная проекция прямоугольника. Построить проекции перпендикуляров, проведенных из точки <math>M</math> к сторонам прямоугольника.</p>

ПЗ № 14

1. Найдите величину двугранного угла, если из точек  $A$  и  $B$ , лежащих на его гранях, на ребро угла опущены перпендикуляры  $AA_1$  и  $BB_1$ , причём  $AA_1 = 3, BB_1 = 4, A_1B_1 = 6, AB = 7$ .

2. Найдите величину двугранного угла, если из точек  $A$  и  $B$ , лежащих на его гранях, на ребро угла опущены перпендикуляры  $AA_1$  и  $BB_1$ , причём  $AA_1 = 6, BB_1 = 2, A_1B_1 = 12, AB = 14$ .

3. Найдите величину двугранного угла, если точка  $A$ , лежащая в одной из его граней, удалена на 12 см от другой, а расстояние от этой точки до ребра равно  $8\sqrt{3}$ .

4. Найдите величину двугранного угла, если точка  $A$ , лежащая в одной из его граней, удалена на 8 см от другой, а расстояние от этой точки до ребра равно  $\sqrt{32}$ .

5. Найдите величину двугранного угла, если гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4 лежит на ребре угла, а остальные стороны в одной из его граней и меньший катет составляет угол  $\arcsin \frac{2}{5}$  со второй гранью.

6. Найдите величину двугранного угла, если основание равностороннего треугольника лежит на ребре двугранного угла, остальные стороны лежат в одной из его граней, а большая сторона образует угол  $60^\circ$  со второй гранью угла.

### ПЗ № 15

#### Перестановки без повторений

1. Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить, пользуясь цифрами 1, 2, 3 и 4?

2. Сколько различных шестибуквенных сочетаний можно составить из букв слова солнце?

3. Завуч составляет расписание для учащихся начальной школы. На каждый день необходимо поставить математику, русский язык, чтение, природоведение и рисование, причём завуч хочет, чтобы в течение месяца не было двух дней с одинаковым порядком уроков. Можно ли составить такое расписание?

4. Для оформления к Новому году витрин сети магазинов «Дети — цветы жизни» дизайнер планирует развешивать в витринах большие разноцветные ёлочные шары пурпурного, бежевого, фишашкового и бирюзового цветов. Сколько витрин сможет по-разному оформить дизайнер?

5. Сколькими способами можно переставлять местами буквы слов а) «шёпот»; б) «музыка» так, чтобы гласные и согласные буквы чередовались?

#### Размещения без повторений

1. Сколькими способами можно выстроить в шеренгу четверых из 20 учащихся?

2. Сколькими способами можно посадить 16 человек на пятиместную скамейку?

3. Сколькими способами из 20 учащихся можно выбрать старосту, знаменосца и казначея (должности совмещать нельзя)?

4. В розыгрыше первенства по баскетболу принимают участие 18 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали, если все награды присуждены и нет двух команд, разделивших какое-либо призовое место?

5. Сколько можно составить натуральных чисел, каждое из которых записывается тремя различными цифрами?

### ПЗ № 16

1. Сколькими способами можно выбрать команду из трех школьников класса, в котором учатся 20 человек?

2. Сколькими способами можно делегировать троих из девяти комбайнёров на конференцию комбайнерского мастерства?

3. Сколько различных аккордов, содержащих 3 звука, можно взять на 13 клавишах одной октавы?

4. Сколько различных отрезков можно построить, попарно соединяя 15 точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой?

5. На окружности отмечено 12 точек. Сколько есть вписанных треугольников с вершинами в этих точках?

6. На окружности расположено 20 точек. Сколько есть вписанных а) треугольников, б) четырёхугольников с вершинами в этих точках?

ПЗ № 17

1. Выпишите треугольник Паскаля до седьмой строки включительно.

а) найдите сумму всех чисел в третьей строке треугольника Паскаля;

б) найдите сумму всех чисел в четвертой строке треугольника Паскаля;

в) найдите сумму всех чисел в седьмой строке треугольника Паскаля.

1. Раскройте скобки в выражении:

а)  $(x+1)^7$  ;

б)  $(2x-y)^6$ ;

в)  $(x^2+2)^5$ .

1. У многочлена Р найдите коэффициент при  $x^3$ , если  $P(x) = (1+3x)^4$ .

2. В разложении  $(x+\frac{1}{x})^{10}$  по степеням x укажите:

а) член, содержащий  $x^8$ ;

б) член, содержащий  $x^4$ ;

в) член, не содержащий x.

1. Известно, что сумма биномиальных коэффициентов разложения  $(a+b)^n$  равна 1024.

а) найдите n;

б) найдите наибольший биномиальный коэффициент этого разложения;

в) сколько в разложении членов с этим наибольшим коэффициентом?

ПЗ № 18

№ 1

Точка  $M$  — середина ребра  $BC$  правильного тетраэдра  $DABC$ .

а) Началом каких ненулевых векторов, изображенных на рисунке, служит точка  $A$ ?

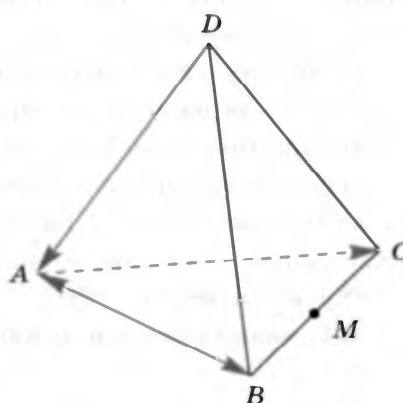
б) Концом каких данных ненулевых векторов служит точка  $A$ ?

в) Как называется и обозначается вектор с концом и началом в точке  $C$ ?

г) Нарисуйте цветным карандашом векторы  $\vec{MC}$ ,  $\vec{MB}$ ,  $\vec{AM}$ .

д) Найдите длины векторов  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{MC}$ ,  $\vec{MB}$ ,  $\vec{AM}$ , если  $|\vec{DA}| = 2$ .

Ответ. а)  $\vec{AB}$ , \_\_\_\_\_; б) \_\_\_\_\_; в) вектор с началом и \_\_\_\_\_ в точке  $C$  называется \_\_\_\_\_ и обозначается \_\_\_\_\_ или \_\_\_\_\_; д)  $|\vec{AB}| = \_\_\_\_\_\_ , |\_\_\_\_\_\_| = \_\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_\_$



### № 2

Заполните пропуски:

а) Два ненулевых \_\_\_\_\_ называются коллинеарными, если они лежат на одной \_\_\_\_\_ или на \_\_\_\_\_ прямых (обозначение:  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ ).

б) Два ненулевых \_\_\_\_\_  $\vec{BC}$  и  $\vec{KM}$  называются сонаправленными, если они \_\_\_\_\_ и лучи  $BC$  и \_\_\_\_\_ сонаправлены (обозначение:  $\vec{BC} \underline{\hspace{1cm}} \vec{KM}$ ).

в) Два ненулевых вектора  $\vec{CE}$  и  $\vec{PT}$  называются противоположно \_\_\_\_\_, если они \_\_\_\_\_ и лучи  $CE$  и  $PT$  \_\_\_\_\_ направлены (обозначение:  $\vec{CE} \underline{\hspace{1cm}} \vec{PT}$ ).

г) Нулевой вектор считается сонаправленным с \_\_\_\_\_ вектором.

д) Векторы называются равными, если они \_\_\_\_\_ и их длины \_\_\_\_\_, т. е.  $\vec{AB} = \vec{CD}$ , если  $\vec{AB} \underline{\hspace{1cm}} \vec{CD}$  и  $|\vec{AB}| \underline{\hspace{1cm}}$

### № 3

Точка  $O$  — середина диагонали  $AC_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .

1) Используя обозначенные на рисунке точки, нарисуйте векторы:

а) коллинеарные вектору  $\vec{BD}$ ;

б) сонаправленные с вектором  $\vec{BA}$ ;

в) противоположно направленные по отношению к вектору  $\vec{OM}$ ;

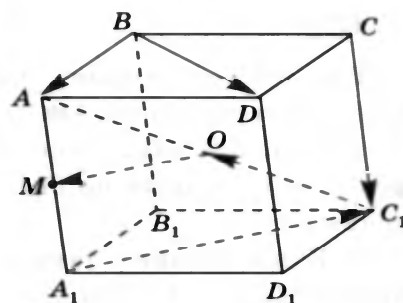
г) равные вектору  $\vec{CC_1}$ .

2) Сколько векторов, равных вектору  $\vec{C_1O}$ , можно отложить от точки  $O$ ?

Ответ.

1) а) \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_; б) \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_; в) \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_; г) \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

2) От точки  $O$  можно отложить только \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ вектору  $\vec{C_1O}$ .





1. Нарисуйте тетраэдр  $DABC$ . Изобразите на рисунке векторы:

а)  $\vec{AB} + \vec{BC}$ ; б)  $\vec{CD} + \vec{BC}$ ; в)  $\vec{DA} - \vec{DC}$ .

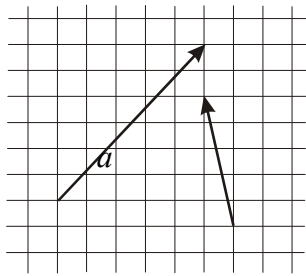


Рис.2

2. Скопируйте векторы с рис. 2 в тетрадь и постройте векторы:

а)  $\frac{1}{3}\vec{a}$ ; б)  $3\vec{b}$ ; в)  $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ ; г)  $\vec{a} - 2\vec{b}$ .

3. Упростите выражения:

а)  $\vec{FK} + \vec{MQ} + \vec{KP} + \vec{AM} + \vec{QK} + \vec{PF}$ ;

б)  $\vec{AC} - \vec{BC} + \vec{MP} - \vec{AP} + \vec{BM}$ ; в)  $4(\vec{m} + \vec{n}) - 7(\vec{m} - 3\vec{n}) + \vec{m}$ .

### ПЗ № 20

1. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Какие из трех следующих векторов компланарны: а)  $\vec{AA_1}, \vec{CC_1}, \vec{BB_1}$ ; б)  $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AA_1}$ ; в)  $\vec{BB_1}, \vec{AC}, \vec{DD_1}$ ; г)  $\vec{AD}, \vec{CC_1}, \vec{A_1 B_1}$ ?

2. Справедливо ли утверждение:

1. Всегда ли компланарны три вектора, лежащие на параллельных прямых?

2. Всегда ли компланарны три вектора, лежащие на пересекающихся в одной точке прямых?

3. Всегда ли компланарны три вектора, лежащие в параллельных плоскостях?

4. Всегда ли компланарны три вектора, перпендикулярные перпендикулярные данному вектору?

5. Всегда ли компланарны три вектора, перпендикулярные данной плоскости?

6. Всегда ли компланарны три вектора, параллельные данной плоскости?

### ПЗ № 21

1

Заполните пропуски.

В пространстве задана прямоугольная система координат, если:

а) заданы три попарно \_\_\_\_\_ прямые, проходящие через \_\_\_\_\_ точку пространства;

б) на каждой из этих прямых выбрано \_\_\_\_\_

в) выбрана единица \_\_\_\_\_ отрезков.

2

Если прямоугольная система координат обозначена  $Oxyz$ , то прямая  $Ox$  называется осью \_\_\_\_\_, прямая  $Oy$  — осью \_\_\_\_\_, прямая  $Oz$  — \_\_\_\_\_

3



Заполните пропуски.

Дана точка  $M(2; -3; 0)$ . Числа 2, -3, — называются \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ точки  $M$ ; число 2 — это \_\_\_\_\_ точки,  
число -3 — \_\_\_\_\_, число 0 — \_\_\_\_\_

4

Заполните пропуски.

Если аппликата точки  $A$  равна -2, абсцисса равна 0 и ордината равна 3, то  $A(—; —; —)$ .

5

Чему равна аппликата точки  $A$ , лежащей на: а) оси ординат; б) оси  $Ox$ ; в) координатной плоскости  $Oxy$ ?

Ответ. а) —; б) —; в) —

6

Заполните пропуски:

а) точка  $C(0; -3; 0)$  лежит на оси \_\_\_\_\_

б) точка  $E(2; 0; -1)$  лежит на \_\_\_\_\_

в) точка  $M(0; 0; t)$  лежит на \_\_\_\_\_

г) точка  $T(0; t; 0)$  лежит на \_\_\_\_\_

7

Дан вектор  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - 0,5\vec{k}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  — координатные векторы.

Запишите координаты вектора  $\vec{a}$ .

8

Разложите векторы  $\vec{c}\{-1; 2; -3\}$  и  $\vec{p}\{3; 0; -5\}$  по координатным векторам.

9

Найдите координаты вектора  $4\vec{a}$ , если  $\vec{a}\{2; 0; -0,5\}$ .

10

Найдите координаты вектора  $\vec{p} = 4\vec{a} - 0,5\vec{b} - \vec{c}$ , если  $\vec{a}\{2; 0; -0,5\}$ ,  $\vec{b}\{-4; 2; 0\}$ ,  $\vec{c}\{0; -3; 2\}$ .

11

Даны три точки:  $A(5; -3; 2)$ ,  $B(0; 1; -2)$ ,  $C(2; -2; 0)$ .

а) Найдите координаты вектора  $\vec{AB}$ .

б) Разложите по координатным векторам  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  вектор  $\vec{BC}$ .

ПЗ № 22

## Вариант А 1

①

Даны точки

$A(5; -2; 1)$  и  $B(-3; 4; 7)$ .

$A(-2; 3; 4)$  и  $B(4; -1; 6)$ .

а) Найдите координаты середины отрезка  $AB$ .

б) Найдите координаты точки  $C$ , если точка  $A$  — середина отрезка  $CB$ , точка  $B$  — середина отрезка  $AC$ .

②

Даны векторы  $\vec{a}\{2; -6; 3\}$  и  $\vec{b}\{-1; 2; -2\}$ .

Найдите:

а)  $|\vec{a}| + |\vec{b}|$ ;

а)  $|\vec{a}| - |\vec{b}|$ ;

③

Даны точки

$A(2; 1; -8)$ ,  $B(1; -5; 0)$ ,

$A(-1; 5; 3)$ ,  $B(-3; 7; -5)$ ,

$C(8; 1; -4)$ .

$C(3; 1; -5)$ .

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  — равнобедренный.

ПЗ № 23

1. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  рёбра которого равны 2, вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{AD}$  и  $\vec{B_1 C_1}$ .
2. В правильном тетраэдре  $ABCD$ , все рёбра которого равны 3, найдите скалярные произведения векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$ .
3. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол: а) между диагональю  $B_1 D$  и диагональю  $AC$ ; б)  $A_1 C_1$  и  $AB_1$ , если  $AB = 1$ ,  $BC = 1$   $AA_1 = 2$ .

ПЗ № 24

1. Дана правильная треугольная призма  $ABC A_1 B_1 C_1$ , в которой  $AA_1 = \sqrt{2}AB$ . Найдите угол между прямыми  $AC_1$  и  $A_1 B$ .
2. Предприятие выпускает ежедневно четыре вида изделий, основные производственно-экономические показатели которых приведены в табл. 16.1. Требуется определить следующие ежедневные показатели: расход сырья  $S$ , затраты рабочего времени  $T$  и стоимость  $P$  выпускаемой продукции предприятия.

Таблица 16.1

Вид изделия, № п/п	Количество изделий, ед.	Расход сырья, кг	Норма времени изготовления, ч/изд.	Цена изделия ден. ед./изд.
1	20	5	10	30
2	50	2	5	15
3	30	7	15	45
4	40	4	8	20

ПЗ № 25

## Вариант 1

Выразить в радианной мере углы (1—3).

1.  1 90°; 60°; 150°.      2.  1 210°; 315°; 780°.3.  1 30°15'; 90°45'; 36°18'.

Выразить в градусной мере углы (4—6).

4.  1  $\frac{\pi}{4}$ ;  $1\frac{1}{4}\pi$ ;  $\frac{3\pi}{2}$ .      5.  2 0,6π; 1,8π; 3,1π.      6.  3 0,5; 1,3; 10,5.7.  3 Дана окружность радиуса  $R$ . Найти длину дуги окружности, стягивающей угол в  $\alpha$  радиан, если  $R = 13$  см,  $\alpha = 2$ .8.  3 Длина дуги окружности радиуса  $R$  равна  $l$ . Найти радианную меру угла, стягиваемого данной дугой, если  $R = 1$  см,  $l = 3$  см.9.  3 Центральный угол в  $\alpha$  радиан стягивается дугой окружности, длина которой равна  $l$ . Найти радиус этой окружности, если  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ,  $l = 2$  см.

Вариант 2

Выразить в радианной мере углы (1—3).

1. [1]  $180^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $120^\circ$ .      2. [1]  $225^\circ$ ;  $420^\circ$ ;  $675^\circ$ .  
 3. [1]  $40^\circ 36'$ ;  $95^\circ 12'$ ;  $60^\circ 48'$ .

Выразить в градусной мере углы (4—6).

4. [1]  $\frac{\pi}{3}$ ;  $1\frac{1}{3}\pi$ ;  $4\pi$ .      5. [2]  $0,4\pi$ ;  $1,7\pi$ ;  $2,5\pi$ .      6. [3]  $0,7$ ;  $1,5$ ;  $12,3$ .  
 7. [3] Дана окружность радиуса  $R$ . Найти длину  $l$  дуги окружности, стягивающей угол в  $\alpha$  радиан, если  $R = 1$  см,  $\alpha = 6$ .  
 8. [3] Длина дуги окружности радиуса  $R$  равна  $l$ . Найти радианную меру угла, стягиваемого данной дугой, если  $R = 12$  см,  $l = 4$  см.  
 9. [3] Центральный угол в  $\alpha$  радиан стягивается дугой окружности, длина которой равна  $l$ . Найти радиус этой окружности, если  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $l = 10$  см.

ПЗ № 26

1. Определить четверть, в которой находится точка, полученная поворотом точки  $P(1;0)$  на заданный угол:

- а)  $-\frac{\pi}{6}$ ; б)  $\frac{5\pi}{6}$ ; в)  $4,12$ ; г)  $380^\circ$ ; д)  $-210^\circ$ .

2. Записать угол в радианах и отметить на тригонометрическом круге:

- а)  $1242^\circ$ ; б)  $-544^\circ$

3. На тригонометрической окружности построить угол:

- а)  $\cos \alpha = \frac{-1}{4}$ ; б)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ; в)  $\cos \alpha = 0,2$

4. Найти значение выражения:

- А)  $\cos 765^\circ$ , б)  $\sin 1920^\circ$ ; в)  $\cos(-3555)^\circ$

ПЗ № 27

1. Вычислите:  $\sin t$  и  $\cos t$ , если: а)  $t = \frac{\pi}{6}\pi$ ; б)  $t = \frac{\pi}{2}$ ; в)  $t = \frac{5\pi}{4}$ ; г)  $t = -\frac{\pi}{3}$ .

2. Вычислите: а)  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ ; б)  $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}$ ; в)  $\operatorname{tg} \left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ ; г)  $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$ ;

- д)  $\left(\sin \frac{\pi}{3} - 2 \cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{11\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

3. Обозначьте на числовой окружности точки  $t$ , удовлетворяющие

уравнению  $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , и запишите каким числам  $t$  они соответствуют.

4. Определите знак числа: а)  $\sin \frac{4\pi}{9}$ ; б)  $\cos \frac{5\pi}{7}$ .

5. Определите знак выражения  $\sin\left(-\frac{5\pi}{9}\right)\cos\frac{7\pi}{4}\operatorname{tg}\frac{5\pi}{7}$ .

ПЗ № 28

1. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .
2. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .
3. Найдите  $3 \cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .
4. Найдите  $5 \sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .
5. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .
6. Найдите  $\cos x$ , если  $\sin x = -0,8$  и  $180^\circ < x < 270^\circ$ .
7. Докажите равенство  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha} = 1$ .
8. Докажите равенство  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1$ .
9. Докажите равенство  $\frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$ .
10. Докажите равенство  $\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$ .
11. Докажите равенство  $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$ .
12. Докажите равенство  $\frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$ .

ПЗ № 29

1. Найдите значение выражения  $\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}$ .
2. Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}$ .
3. Найдите значение выражения  $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$ .
4. Найдите значение выражения  $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$ .

5. Найдите значение выражения  $\frac{4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}}{8}$ .
6. Найдите значение выражения  $\frac{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}{-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)}$ .
7. Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$ .
8. Найдите значение выражения  $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$ .
9. Найдите значение выражения  $\frac{24\sqrt{2} \cos(-\frac{\pi}{3}) \sin(-\frac{\pi}{4})}{14 \sin 19^\circ}$ .
10. Найдите значение выражения  $\frac{\sin 341^\circ}{4 \cos 146^\circ}$ .
11. Найдите значение выражения  $\frac{\cos 34^\circ}{5 \operatorname{tg} 163^\circ}$ .
12. Найдите значение выражения  $\frac{\operatorname{tg} 17^\circ}{14 \sin 409^\circ}$ .
13. Найдите значение выражения  $\frac{\sin 49^\circ}{5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ}$ .
14. Найдите значение выражения  $\frac{7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ}{12}$ .
15. Найдите значение выражения  $\frac{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}{6}$ .
16. Найдите значение выражения  $\frac{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}{12}$ .
17. Найдите значение выражения  $\frac{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}{5 \sin 98^\circ}$ .
18. Найдите значение выражения  $\frac{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}{5 \sin 74^\circ}$ .
19. Найдите значение выражения  $\frac{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}{12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ}$ .
20. Найдите значение выражения  $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$ .
21. Найдите значение выражения  $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .
22. Найдите значение выражения  $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$ .
23. Найдите значение выражения  $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .
24. Найдите значение выражения  $-50 \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 81^\circ + 31$ .
25. Найдите значение выражения

$$-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ} \cdot \frac{1}{23}$$

29. Найдите значения выражения  $\frac{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}{23}$ .

30. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

31. Найдите значение выражения  $\frac{50 \sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$ .

32. Найдите значение выражения  $\frac{35 \sin 384^\circ}{\sin 24^\circ}$ .

33. Найдите значение выражения  $\frac{34 \sin 406^\circ}{\sin 46^\circ}$ .

34. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}}{8}$ .

35. Найдите значение выражения  $5 \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12}$ .

36. Найдите значение выражения  $2\sqrt{2} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{2}$ .

37. Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$ .

ПЗ № 30

1) Постройте график функции  $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

а) Найдите область значения функции

б) Промежутки возрастания функции

в) Значение функции, если значение аргумента  $\frac{7\pi}{6}$

2) Постройте график функции  $y = \cos \frac{x}{2} + 1$

а) Найдите период этой функции

б) Нули функции

в) Значения аргумента при которых функция принимает значения большие 1.

3) Джерри измерил своё артериальное давление  $P$  (в мм ртутн) со временем и

обнаружил, что функция  $P = 105 - 20 \cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right)$ , где  $t > 10$ , примерно соответствует его артериальному давлению в момент времени  $t$  (в секундах). Найдите наименьшее значение  $t$  больше 10, для которого  $P = 100$ .

ПЗ № 31



## Тема «Аркфункции»

### Справочный материал:

$\sin(\arcsin a) = a$	$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} a) = a$
$\arcsin(-a) = -\arcsin a$	$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$
$\cos(\arccos a) = a$	$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a$
$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$	$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$
$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$	$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}$

### Задания для закрепления:

1. Вычислите (для некоторых выражений значения не существуют):

- |  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| а) $\arcsin 1$ ;                               | д) $\arccos 0$ ;                               | и) $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$ ;           | н) $\operatorname{arcctg}(-1)$ ;                             |
| б) $\arcsin \frac{\pi}{2}$ ;                   | е) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ; | к) $\operatorname{arctg}(-1)$ ;                | о) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$ ;                      |
| в) $\arcsin \frac{1}{2}$ ;                     | ж) $\arccos 3$ ;                               | л) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; | п) $\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ; |
| г) $\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ; | з) $\arccos\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ ; | м) $\operatorname{arctg} \frac{\pi}{3}$ ;      | р) $\operatorname{arcctg} \pi$ .                             |

2. Вычислите:

- |  |  |
|--|--|
| а) $\frac{\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \operatorname{arctg} \sqrt{3}}{\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$ ; | б) $\frac{\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \operatorname{arcctg} \sqrt{3}}{\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}}$ . |
|--|--|

3. Вычислите:

- |  |   |   |
|--|---|---|
| а) $\cos\left(\arccos \frac{1}{5}\right)$ ;                | г) $10\cos(\operatorname{arctg} \sqrt{3})$ ;      | и) $\sin\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$ ;   |
| б) $\arccos\left(\cos \frac{3\pi}{5}\right)$ ;             | д) $\cos\left(\arccos \frac{1}{2}\right)$ ;       | к) $\arcsin\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)$ ; |
| в) $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ ; | е) $\arcsin(\sin \pi)$ ;                          | л) $\arccos\left(\sin \frac{\pi}{6}\right)$ . |
|  | ж) $\arccos(\sin \pi)$ ;                          |   |
|  | з) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 3)$ ; |   |

4. Найдите  $\arcsin x$ , если  $\arccos x = \frac{\pi}{5}$ .

5. Найдите  $\operatorname{arctg} x$ , если  $\operatorname{arcctg} x = \frac{2\pi}{7}$ .

ПЗ № 32

1. Решите уравнение  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

2. Решите уравнение  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

3.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Решите уравнение  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

5. Решите уравнение  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

6. Решите уравнение  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

7. Решите уравнение  $\sin x = -\frac{1}{2}$ .

8. Решите уравнение  $\cos x = -\frac{1}{2}$ .

9. Решите уравнение  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

10. Решите уравнение  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

11. Решите уравнение  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

12. Решите уравнение  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

13. Решите уравнение  $\cos 2x = \frac{1}{2}$ .

14. Решите уравнение  $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

15. Решите уравнение  $\sin \frac{5x}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

16. Решите уравнение  $\cos \frac{5x}{3} = -\frac{1}{2}$ .

17. Решите уравнение  $\operatorname{ctg} 2x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

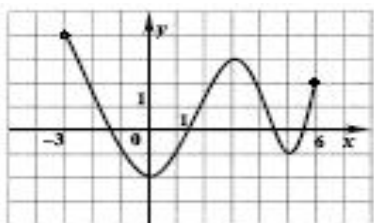
18. Решите уравнение  $\operatorname{tg} 3x = -1$ .

19. Решите уравнение, приводимое к квадратному, относительно тригонометрической функции  $\cos^2 x - 4 \cos x + 3 = 0$ .

20. Решите уравнение, приводимое к квадратному, относительно тригонометрической функции  $\sin^2 x + 1 = \cos x$ .

ПЗ № 33

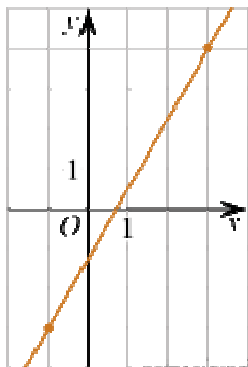
1. По графику функции определить: а) область определения функции; б) область значений функции; в) наибольшее и наименьшее значение функции; г)  $f(-1)$ ,  $f(5)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(3)$ ; д) значение  $x$ , при котором  $f(x)=3$ ,  $f(x)=-2$ ,  $f(x)=6$ .



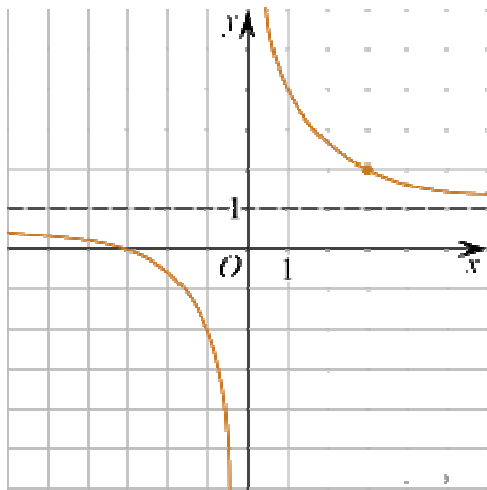
2. . Найти  $f(8)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(0)$ , если  $f(x)=x^2-10x$ .
3. Найти область определения функции:  $f(x)=37-3x$ ,  $f(x)=\frac{53}{x^2+7}$ ,  $f(x)=x^2-7$ ,  $f(x)=\sqrt{x}$ .
4. Известно, что  $f(x)=x^2-4$ . Найти значение  $x$ , если  $f(x)=0$ .

ПЗ № 34

1. Построить график функции  $y = (x + 3)^2 - 1$
2. На рисунке изображён график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(-5)$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -13,5$ .

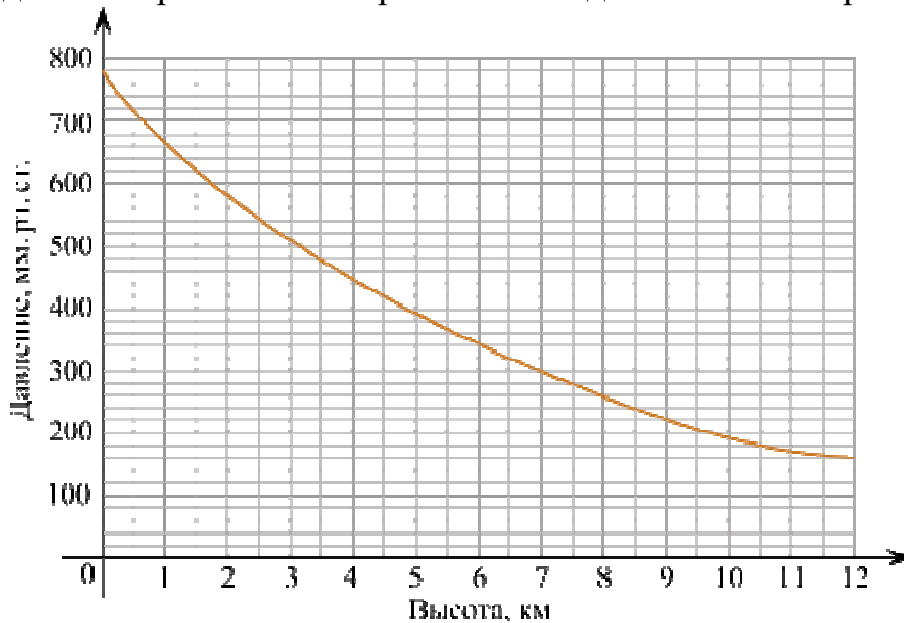


3. На рисунке изображён график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите  $f(-12)$ . Найдите, при каком значении  $x$  значение функции равно 0,8.



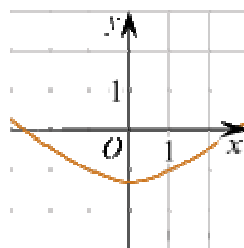
ПЗ № 35

1. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 260 мм рт. ст. Ответ дайте в километрах.

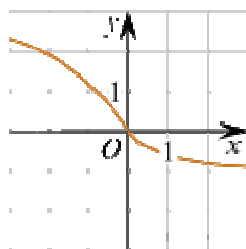


2. Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке  $[-1; 1]$ .

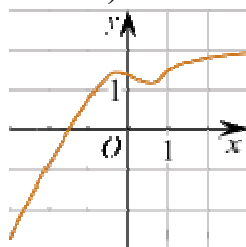
ГРАФИКИ



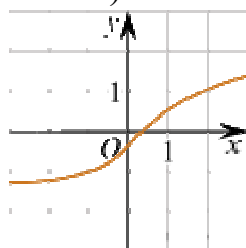
А)



Б)



В)



Г)

### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) Функция принимает отрицательное значение в каждой точке отрезка  $[-1; 1]$ .
- 2) Функция возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .
- 3) Функция принимает положительное значение в каждой точке отрезка  $[-1; 1]$ .
- 4) Функция убывает на отрезке  $[-1; 1]$ .

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

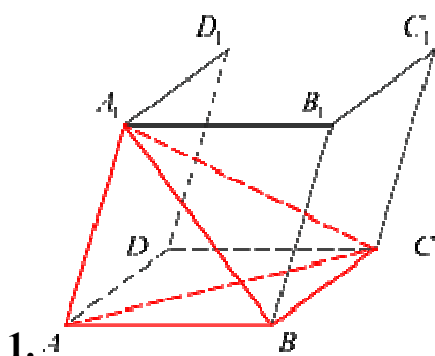
А	Б	В	Г

1. Определить, является ли функция  $f(x) = x^4 + \operatorname{tg}^2 x + x \sin x$  чётной/нечётной.

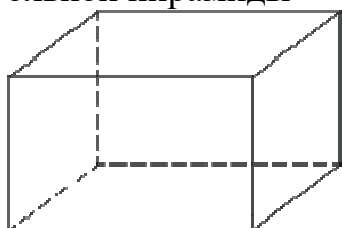
2. Определить, является ли функция  $f(x) = x^3 + \operatorname{tg}^3 x + x \cos x$  чётной/нечётной.

3. Определить, является ли функция  $f(x) = \frac{|x|}{\sin x \cos x}$  чётной/нечётной.

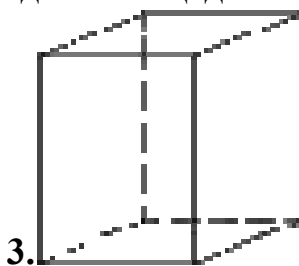
4. Определить, является ли функция  $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x}{x^2}$  чётной/нечётной.



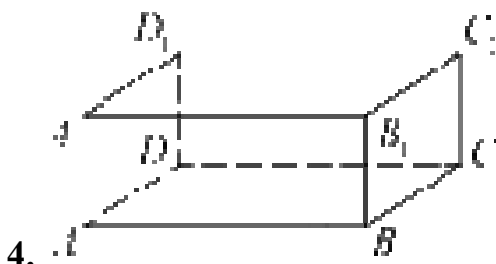
1. Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды  $ABCA_1$ .



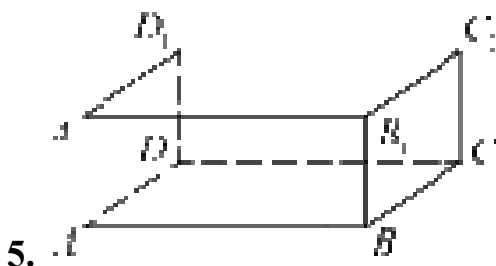
2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Объем параллелепипеда равен 6. Найдите площадь его поверхности.



3. Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 7 и 4, а объем параллелепипеда равен 140. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.

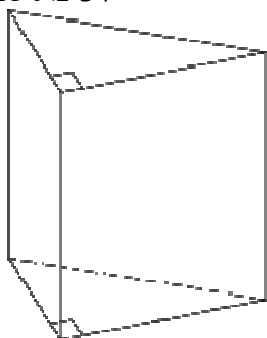


4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребра  $AB$ ,  $BC$  и диагональ боковой грани  $BC_1$  равны соответственно 7, 3 и  $3\sqrt{5}$ . Найдите объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .



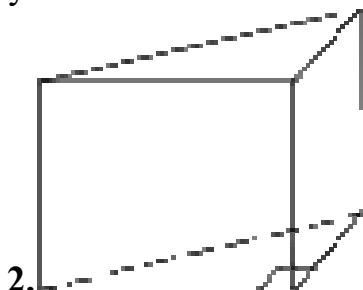
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  рёбра  $CD$ ,  $CB$  и диагональ  $CD_1$  боковой грани равны соответственно 2, 4 и  $2\sqrt{10}$ . Найдите площадь поверхности параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

ПЗ № 37



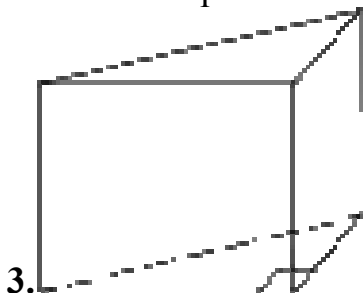
1.

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.



2.

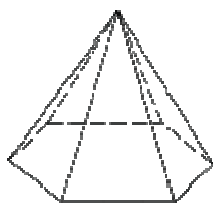
В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 2, а гипотенуза равна  $\sqrt{53}$ . Найдите объем призмы, если её высота равна 3.



3.

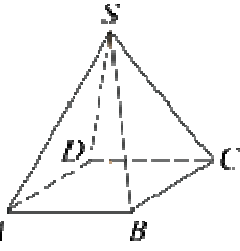
В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, катеты которого равны 11 и 5. Найдите объем призмы, если её высота равна 4.

ПЗ № 38



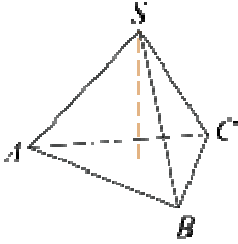
1.

Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



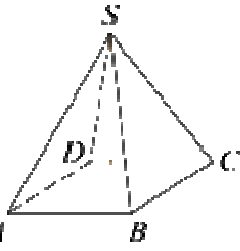
2.

Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ее объем равен 16. Найдите высоту этой пирамиды.



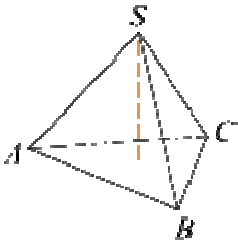
3.

Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна  $\sqrt{3}$ .



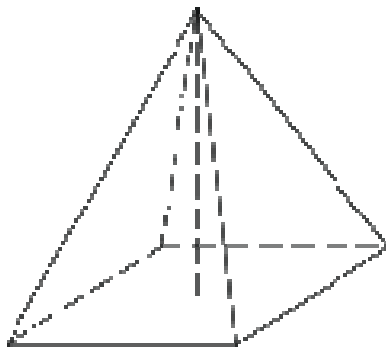
4.

Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 4 и 5. Ее объем равен 80. Найдите высоту этой пирамиды.



5.

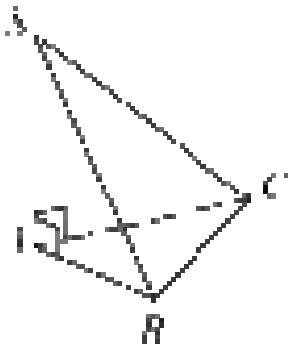
Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 3, а высота равна  $6\sqrt{3}$ .



6.

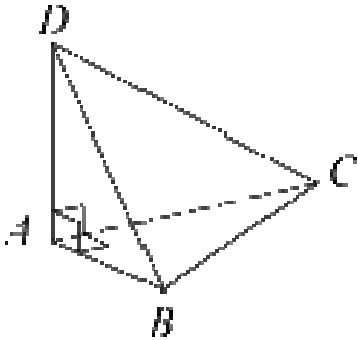


Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно  $\sqrt{17}$ .



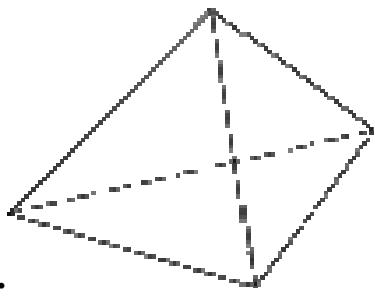
7.

В основании пирамиды  $SABC$  лежит правильный треугольник  $ABC$  со стороной 10, а боковое ребро  $SA$  перпендикулярно основанию и равно  $7\sqrt{3}$ . Найдите объём пирамиды  $SABC$ .



8.

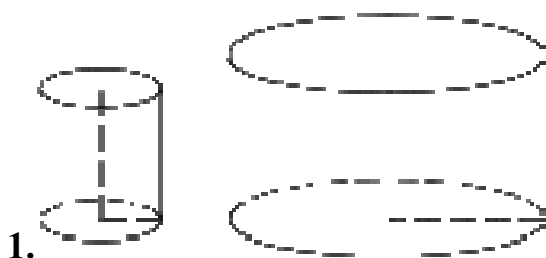
В треугольной пирамиде  $ABCD$  рёбра  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$  взаимно перпендикулярны. Найдите объём этой пирамиды, если  $AB = 6$ ,  $AC = 18$  и  $AD = 8$ .



9.

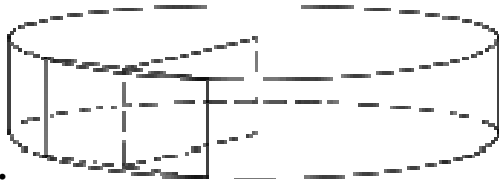
Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 16, а боковые рёбра равны 10. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

ПЗ № 39



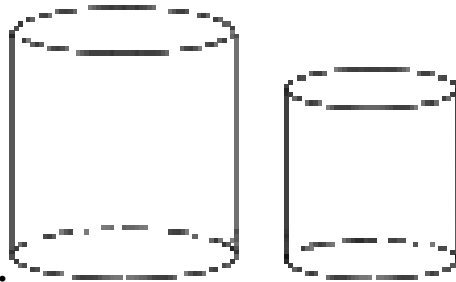
1.

Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 2 и 6, а второго — 6 и 7. Во сколько раз объём второго цилиндра больше объёма первого?



2.

Радиус основания цилиндра равен 26, а его образующая равна 9. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 24. Найдите площадь этого сечения.



3.

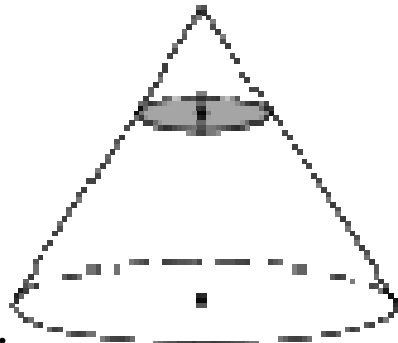
Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 4 и 18, а второго — 2 и 3. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого цилиндра больше площади боковой поверхности второго?

ПЗ № 40



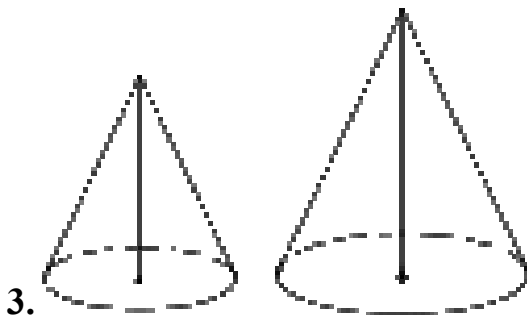
1.

Объём конуса равен  $50\pi$ , а его высота равна 6. Найдите радиус основания конуса.

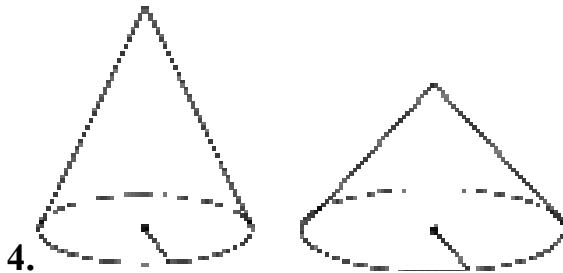


2.

Объём конуса равен 32. Через середину высоты конуса проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью.

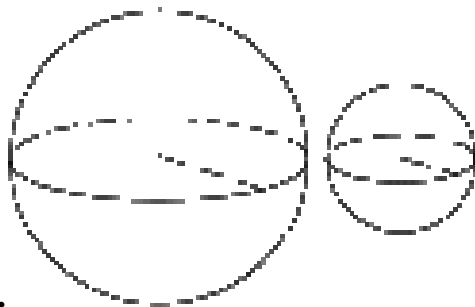


Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны, соответственно, 2 и 4, а второго — 6 и 8. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого?

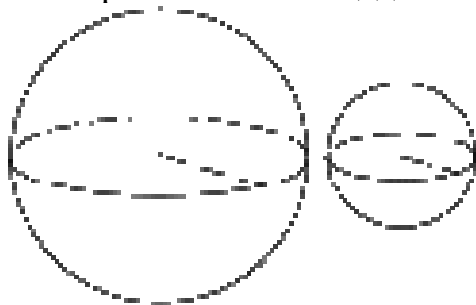


Даны два конуса. Радиус основания и высота первого конуса равны соответственно 9 и 2, а второго — 3 и 3. Во сколько раз объём первого конуса больше объёма второго?

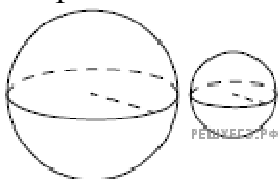
ПЗ № 41



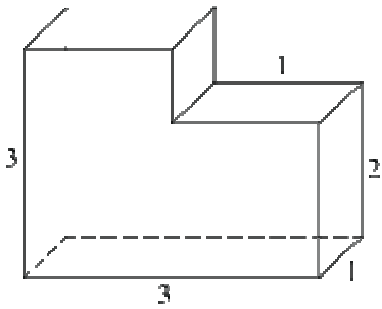
Даны два шара с радиусами 5 и 1. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



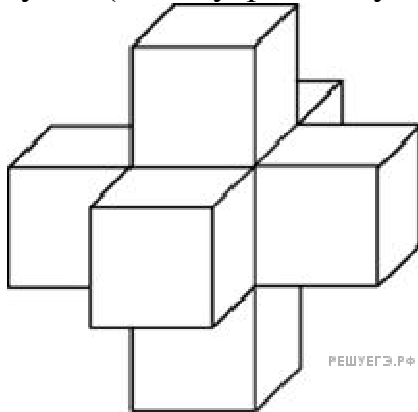
Даны два шара с радиусами 4 и 1. Во сколько раз объём большего шара больше объёма другого?



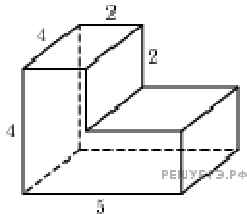
Даны два шара с радиусами 9 и 3. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности меньшего?



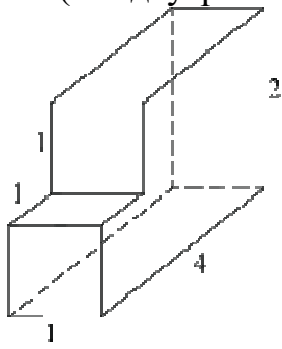
1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



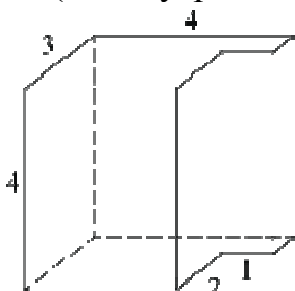
2. Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



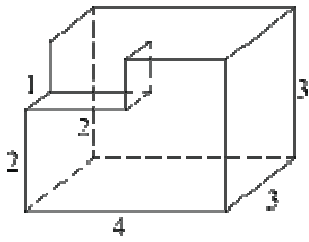
3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



4. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



5. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



6. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

ПЗ № 43

1. Три числа, сумма которых равна 26, образуют геометрическую прогрессию. Если прибавить к ним соответственно 1, 6, и 3, то получатся числа, образующие арифметическую прогрессию. Найти эти числа.

2. Сумма трех положительных чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1, 4 и 19, то получится геометрическая прогрессия. Найти эти числа.

3. Два неизвестных числа и число 3 образуют арифметическую прогрессию. Если уменьшить второе из неизвестных чисел на 6, то получившиеся числа будут образовывать геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

4. Два неизвестных числа и число 4 образуют арифметическую прогрессию. Если уменьшить второе из неизвестных чисел на 8, то получившиеся числа будут образовывать геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

5. Три положительных числа, взятые в определенном порядке, образуют арифметическую прогрессию. Если среднее из чисел уменьшить в 3 раза, то в том же порядке получится убывающая геометрическая прогрессия. Найти ее знаменатель.

6. Три положительных числа, взятые в определенном порядке, образуют арифметическую прогрессию. Если среднее из чисел уменьшить в 2 раза, то в том же порядке получится геометрическая прогрессия. Найти ее знаменатель.

7. Найдите сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии  $6, 1, \frac{1}{6}, \dots$

ПЗ № 44

Вычисление производных

1. Найдите производную функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + x^2$ .

2. Найдите производную функции  $y = 6x^6 + 3x^2 - 6x$ .

3. Найдите производную функции  $y = (5x^4 + 6x)(3x^2 + 2x)$ .

4. Найдите производную функции  $y = (3x^2 + 6x)(6x^5 - x)$ .

5. Найдите производную функции  $y = \frac{\ln x}{\lg x}$ .

6. Найдите производную функции  $y = \frac{\log_5(x^2 - 1)}{\log_6(x^2 + 1)}$ .

7. Найдите производную функции  $y = \frac{\sin x + \cos 2x}{\operatorname{tg} x}$ .

8. Найдите производную функции  $y = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 3x}{\cos x}$ .

Вычисление производных произведения

1. Найдите производную произведения  $y = \sin x \ln x$ .

2. Найдите производную произведения  $y = \cos x \lg x$ .

3. Найдите производную произведения  $y = (5x^2 - 6x + 2) \arccos 7x$ .

4. Найдите производную произведения  $y = 2^x \cdot \frac{1}{x} \ln x$ .

5. Найдите производную произведения  $y = 3^x \cdot \frac{3}{2x} \lg(3x)$ .

6. Найдите производную произведения  $y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x \log_3 x$ .

7. Найдите производную произведения  $y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} x \log_6 x$ .

8. Найдите производную произведения  $y = \sin x(x^2 + 6x - 8x^4) \lg(5x)$ .

Вычисление производных частного

1. Найдите производную частного  $y = \frac{x^2 + x - 2}{x}$ .

2. Найдите производную частного  $y = \frac{2x^{-3x} + 1}{x^2}$ .

3. Найдите производную частного  $y = \frac{2x^{-4x} - 1}{x^3}$ .

4. Найдите производную частного  $y = \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5}$ .

5. Найдите производную частного  $y = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$ .

6. Найдите производную частного  $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + 6x + 9}$ .

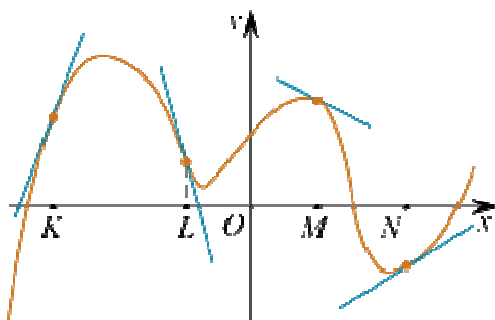
7. Найдите производную частного  $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1}$ .

1. Найдите: а) точки экстремума; б) максимумы; в) минимумы; г) множество значений функции  $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$  на  $[1; 4]$ .

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 1$ .

3. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f(x) = -2x^3 - 12x^2 + 18x + 3$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

4. На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ

- А)  $K$
- Б)  $L$
- В)  $M$
- Г)  $N$

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

- 1)  $-4$
- 2)  $3$
- 3)  $\frac{2}{3}$
- 4)  $-0,5$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

1. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = 3x^2 + 4 - 2x^3$ ,  $F(x) = x^3 + 4x + 2 - \frac{x^4}{2}$ .
2. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = x^2 - 3x + 5$ ,  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 5x + 6$ .
3. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = 2e^{2x} - 2^{x+3} \ln 2$ ,  $F(x) = e^{2x} - 4 \cdot 2^{x+1} + 3$ .
4. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = e^{x+2} - 6 \ln 2 \cdot 8^x$ ,  $F(x) = e^{x+2} - 2 \cdot 2^{3x} - 4$ .
5. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = \frac{6}{5} \cos \frac{2x+1}{5} + \frac{3}{4} \sin \frac{x-2}{4}$ ,  $F(x) = 3 \sin \frac{2x+1}{5} - 3 \cos \frac{x-2}{4}$ .
6. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = -\frac{2}{5} \sin \frac{x+6}{5} - \frac{4}{3} \cos \frac{3x+5}{9}$ ,  $F(x) = 2 \cos \frac{x+6}{5} - 4 \sin \frac{3x+5}{9}$ .
7. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = \ln \sin x$ ,  $F(x) = \operatorname{ctg} x$ .
8. Докажите, что  $F(x)$  является первообразной  $f(x)$ , если  $f(x) = -\operatorname{tg} x$ ,  $F(x) = \ln \cos x$ .

ПЗ № 47

1. Найдите первообразную функции  $f(x) = (2x^5 - 3x^2)$ , проходящую через точку  $(-1; 5)$ .
2. Найдите первообразную функции  $f(x) = (4x^3 - 3x^6)$ , проходящую через точку  $(3; 4)$ .
3. Найдите первообразную функции  $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ , проходящую через точку  $(-2; 3)$ .
4. Найдите первообразную функции  $f(x) = 7x^3 - x + 3$ , проходящую через точку  $(-1; 6)$ .
5. Найдите первообразную функции  $f(x) = \frac{5x^2 + 3x}{x}$ , проходящую через точку  $(-5; 8)$ .



6. Найдите первообразную функции  $f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2}{x^2}$ , проходящую через точку  $(-1; 3)$ .

7. Найдите первообразную функции  $f(x) = 3x(2 - x^2)$ , проходящую через точку  $(-4; 2)$ .

8. Найдите первообразную функции  $f(x) = 5x(x^2 + 4)$ , проходящую через точку  $(-2; 3)$ .

9. Найдите первообразную функции  $f(x) = 2(1 + 2x)(x - 3)$ , проходящую через точку  $(-10; 8)$ .

#### ПЗ № 48

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной двумя прямыми:  $y = 2x$ ,  $y = x$ ,  $0 \leq x \leq 3$ .

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной двумя прямыми:  $y = 2x$ ,  $y = 3x$ ,  $0 \leq x \leq 4$ .

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной двумя прямыми:  $y = 2x + 4$ ,  $y = 3x - 5$ ,  $0 \leq x \leq 9$ .

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной двумя прямыми:  $y = 5x - 7$ ,  $y = -3x + 6$ ,  $-1 \leq x \leq 2$ .

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной двумя прямыми:  $y = 10x - 15$ ,  $y = -5x + 2$ ,  $-3 \leq x \leq 5$ .

#### ПЗ № 49

1. Вычислите  $\int_1^2 (2x + 3x^2) dx$ .

2. Вычислите  $\int_4^5 (3x^2 - 2x) dx$ .

3. Вычислите  $\int_{-2}^{-1} (6x^2 + 2x - 10) dx$ .

4. Вычислите  $\int_{-1}^{-2} (6x^2 + 2x - 10) dx$ .

5. Вычислите  $\int_{-4}^1 (7x^2 - 3x + 11) dx$ .

6. Вычислите  $\int_0^3 x(x-6)(4-x)dx$ .

7. Вычислите  $\int_7^{11} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx$ .

8. Вычислите  $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ .

10. Вычислите  $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x})dx$ .

11. Вычислите  $\int_{12}^{15} (4\sqrt{x} + x)dx$ .

ПЗ № 50

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой и параболой:  $y = x^2 + 2x$ ,  $y = x + 1$ .

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой и параболой:  $y = -x^2 + 2x$ ,  $y = -x - 1$ .

ПЗ № 51

1. Задана функция предельных издержек  $f = 2x^2 - 2x + 90$ . Найти функцию издержек и вычислить издержки на изготовление 15 ед. товара.

Решение: При помощи интегрирования находим издержки на изготовления 15

$$\int_0^{15} (2x^2 - 2x - 90)dx = \left(\frac{2}{3}x^3 - x^2 - 90x\right)\Big|_0^{15} = 3375 \text{ (y. e.)}$$

ед. товара

$$F(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 90x - C$$

Функция издержек здесь

2. Пусть  $f(t) = -3t^2 + 18t$  — производительность труда. Определить выработку рабочего:

а) за весь рабочий день;

б) за третий час работы;

в) за последний час работы, если продолжительность рабочего дня 6 часов;

г) провести экономический анализ задачи.

Решение: Находим общую выработку рабочего за весь день (6 часов):

$$Q = \int_0^6 f(t) dt = \int_0^6 (-3t^2 - 18t) dt = (-t^3 - 9t^2) \Big|_0^6 = 108 \text{ (y. e.)}$$

Определим выработку рабочего за третий час работы:

$$Q = \int_2^3 f(t) dt = \int_2^3 (-3t^2 - 18t) dt = (-t^3 - 9t^2) \Big|_2^3 = 26 \text{ (y. e.)}$$

Определим выработку рабочего за последний час работы:

$$Q = \int_5^6 f(t) dt = \int_5^6 (-3t^2 - 18t) dt = (-t^3 - 9t^2) \Big|_5^6 = 8 \text{ (y. e.)}$$

Вероятно, работа утомительна и требует большого напряжения, поэтому к концу дня падает производительность труда.

### ПЗ № 52

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

2. Маша включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по девяти каналам из сорока пяти показывают новости. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где новости не идут.

3. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

4. На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

5. Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 12 с картинками известных художников и 18 с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Вове достанется пазл с животным.

6. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

7. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

8. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

9. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**10.** Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

**11.** В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

**12.** Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

**13.** Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

**14.** На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

**15.** Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

**16.** В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

**17.** В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

**18.** На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

**19.** Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

**20.** В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

**21.** На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

**22.** Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

**23.** В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

**24.** Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

**25.** Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A = \text{сумма очков равна } 5$ »?

**26.** На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

**27.** В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

**28.** На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

**29.** На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

**30.** В группе туристов 30 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолёта.

**31.** Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

**32.** В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша

случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

**33.** Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

**34.** В классе учится 21 человек. Среди них две подруги: Аня и Нина. Класс случайным образом делят на 7 групп, по 3 человека в каждой. Найдите вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

**35.** В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 19 раз больше, чем пакетиков с зелёным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с зелёным чаем.

**36.** Найдите вероятность того, что случайно выбранное трёхзначное число делится на 49.

**37.** Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

**38.** В ящике находятся чёрные и белые шары, причём чёрных в 4 раза больше, чем белых. Из ящика случайным образом достали один шар. Найдите вероятность того, что он будет белым.

**39.** У Вити в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Витя наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.

**40.** Из 500 семян фасоли в среднем 125 не всходят. Какова вероятность того, что случайно выбранное семя фасоли взойдёт?

**41.** У бабушки 10 чашек: 4 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

### ПЗ № 53

**1.** Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

**2.** Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^{\circ}\text{C}$ , равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.

**3.** Игральную кость с 6 гранями бросают дважды. Найдите вероятность того, что хотя бы раз выпало число, большее 3.

4. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

5. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

6. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

7. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

8. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

9. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

10. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

11. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

12. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

13. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

14. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена.

Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

*В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.*

**15.** Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

**16.** При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

**17.** Вероятность того, что на тестировании по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

**18.** Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

**19.** На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

**20.** В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

**21.** По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.



**22.** Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

**23.** Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

**24.** В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

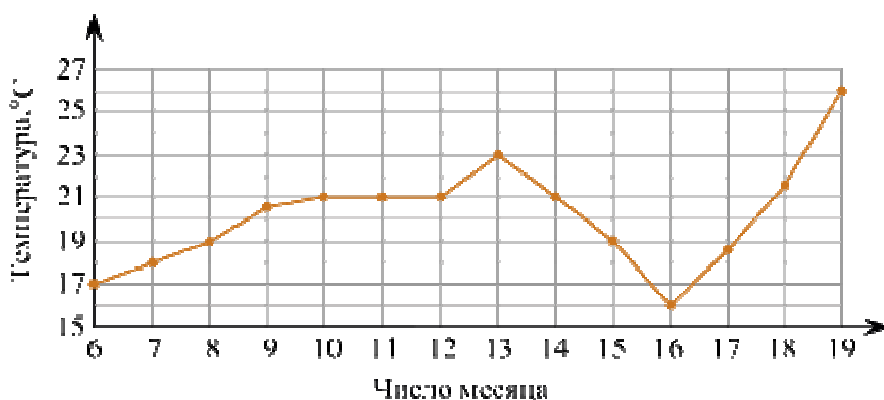
**25.** Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

**26.** Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

**27.** Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

## ПЗ № 54

1. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период температура была ровно 21 °С.



2. Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона.

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающий в доход салона	Примечания
«Альфа»	5%	Изделия ценой до 20 000 руб.
«Альфа»	3%	Изделия ценой свыше 20 000 руб.
«Бета»	6%	Все изделия
«Омикрон»	4%	Все изделия

В прейскуранте приведены цены на четыре дивана. Определите, продажа какого дивана наиболее выгодна для салона. В ответ запишите, сколько рублей поступит в доход салона от продажи этого дивана.

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Диван «Коала»	15 000 руб.
«Альфа»	Диван «Неваляшка»	28 000 руб.
«Бета»	Диван «Винни-Пух»	17 000 руб.
«Омикрон»	Диван «Обломов»	23 000 руб.

3. В таблице указаны доходы и расходы фирмы за 5 месяцев.

Месяц	Доход, тыс. руб.	Расход, тыс. руб.
Июль	115	110

Август	125	130
Сентябрь	140	120
Октябрь	120	110
Ноябрь	130	90

Пользуясь таблицей, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику доходов и расходов.

#### ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

- А) август
- Б) сентябрь
- В) октябрь
- Г) ноябрь

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) расход в этом месяце больше, чем расход в предыдущем
- 2) доход в этом месяце меньше, чем доход в предыдущем
- 3) наибольший доход в период с августа по ноябрь
- 4) наибольшая разница между доходом и расходом

#### ПЗ № 55

1. Выборка 189; 170; 169; 184; 191; 159; 185; 189; 178; 174 содержит сведения о росте (в сантиметрах) каждого из 10 обследованных футболистов. Для этого статистического ряда а) постройте вариационный ряд; б) определите объём ряда, его размах, моду и медиану; в) найдите среднее арифметическое вариант; г) постройте статистическое распределение.

2. Выборка 189; 170; 169; 184; 191; 159; 185; 189; 178; 174 содержит сведения о росте (в сантиметрах) каждого из 10 обследованных футболистов. Для этого статистического ряда постройте полигон абсолютных и относительных частот.

3. В течение четверти оценки Вовы распределились следующим образом: двоек — 4, троек — 6, четвёрок — 7 и пятёрок — 5. Учитель предложил на выбор три способа выведения четвертной оценки.

Первый способ: оценка равна среднему арифметическому полученных оценок с последующим округлением до целого числа при необходимости. Второй: оценка равна моде всего ряда оценок. Третий способ: оценка равна медиане всего ряда полученных оценок с округлением до целого при необходимости. Какой способ является наиболее выгодным и какой — наименее выгодным для Вовы?

4. В страховой компании застраховано от цунами 4000 небоскрёбов. За год от бедствий, вызванных цунами, пострадало 250 из них. Найдите относительную частоту повреждения домов в результате цунами. Выразите её в процентах.

#### ПЗ № 56

1. Решите уравнение  $\sqrt{2x-3} = \sqrt{4x-1}$ .
2. Решите уравнение  $\sqrt{3+4x} = \sqrt{6x-9}$ .
3. Решите уравнение  $2\sqrt{x-1} = \sqrt{6-x}$ .
4. Решите уравнение  $\sqrt{11+x} = 3\sqrt{-x-1}$ .
5. Решите уравнение  $\sqrt{x^2-4x-1} = 2\sqrt{-x}$ .
6. Решите уравнение  $\sqrt{x^2-16x-8} = 2\sqrt{x-2}$ .

1. Решите уравнение методом разложения на множители  $x^4 \cdot 16^{-x} = 0,0625x^4$ .

2. Решите уравнение методом разложения на множители  $x^3 \cdot 25^x = x^3 \cdot 0,04$ .

3. Решите уравнение методом разложения на множители  $x^2 \cdot 5^x = 5^{2+x}$ .

4. Решите уравнение методом разложения на множители  $2^{x+3} = x^3 \cdot 2^x$ .

5. Решите уравнение методом разложения на множители  $6^x - 8 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x + 72 = 0$ .

6. Решите уравнение методом разложения на множители  $45^x + 15 = 5 \cdot 9^x + 3 \cdot 5^x$ .

1. Решите уравнение  $\log_x(x-2) = 0,5$ .

2. Решите уравнение  $\log_x(x-6) = 0,5$ .

3. Решите уравнение  $\log_{x+1}(x^2 - 3x + 1) = 1$ .

4. Решите уравнение  $\log_{1-x}(4x^2 - 9x + 1) = 1$ .

5. Решите уравнение  $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$ .

6. Решите уравнение  $\log_{1-x}(-2x^3 + 2x^2 + 3x + 1) = 3$ .

7.31 декабря 2014 года Аристарх взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Аристарх переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Аристарх выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

ПЗ № 57

$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} - \frac{1}{x+y} = 1, \\ \frac{5}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 4. \end{cases}$$

1. Решите систему рациональных уравнений

2. Решите систему методом алгебраического сложения

$$\begin{cases} 3x^2 + 2xy - 9x - 4y + 6 = 0, \\ 5x^2 + 2xy - 12x - 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

3. Решите неравенство  $\log_x(x-2) \geq 0,5$ .

4. Решите неравенство  $\log_x(x-6) > 0,5$ .

5. Решите неравенство  $\log_{x+1}(1+3x-x^2) < 3$ .

6. Плиточник должен уложить  $175 \text{ м}^2$  плитки. Если он будет укладывать на  $10 \text{ м}^2$  в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

### ПЗ № 58

1. Решите неравенство  $(x-1)(x-2)(3-x) > 0$ .

2. Решите неравенство  $(x+2)(4-x)(5+x) < 0$ .

3. Решите неравенство  $(x^2+x+415)(10-x) \leq 0$ .

4. Решите неравенство  $(x^2-x+111)(x+9) < 0$ .

5. Решите неравенство  $(x^2+2x+1)(3-x) \leq 0$ .

6. Решите неравенство  $(x^2-2x+1)(4-x) > 0$ .

7. Решите неравенство  $(x^2-12x+36)(x^2-16x+64) > 0$ .

8.  $(x^2+10x+25)(x^2+14x+49) \leq 0$

9. Решите неравенство  $(3-x)^2(x+4)(2x+10) \leq 0$ .

10. Решите неравенство  $(12-2x)(5-x)(x+3)^2 \leq 0$ .

11. Решите неравенство  $(x+5)^2(x+6)^3(x+8)^5(x+10)^2 \leq 0$ .

12. Решите неравенство  $(6-x)^2(x-7)^7(x-9)^5(x-11)^2 > 0$

1. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{4x+3}{2-0,5x} > 0$ .

2. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{2x-3}{x+1} < 0$ .

3. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{7x-15}{3x+3} \leq 0$ .

4. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{x}{x-3} \leq 0$ .

5. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{2x+3}{x-1} \geq 0$ .

6. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{4-5x}{x-1} \leq 0$ .

7. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{x-1}{2x+3} \leq 1$ .

8. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{3x}{x+3} > 1$ .
9. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{3x+2}{x-3} > 2$ .
10. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{x+2}{x+1} < 2$ .
11. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{x-1}{x-2} > 1$ .
12. Решите дробно-линейное неравенство  $\frac{3+2x}{4-x} > 2$ .

ПЗ № 59

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 2x + 3y = 2; \end{cases}$
2. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 4x + 6y = 2; \end{cases}$
3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = 1, \\ 3x + 2y = 2; \end{cases}$
4. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ 3x + 2y = 1; \end{cases}$
5. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + 3y = z + 1, \\ 3x + 2y = z - 1. \end{cases}$
6. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x + 2y = z + 1, \\ 2x + 3y = z - 1. \end{cases}$

## 2.2. Тестовые задания (ТЗ)

### ТЗ №1

#### Тест по теме "Перпендикулярность прямых и плоскостей"

1. Если угол между двумя прямыми равен  $90^\circ$ , то эти прямые:

- а) пересекаются,
- б) параллельны,
- в) скрещиваются,
- г) перпендикулярны,
- д) совпадают.

2. Какое из следующих утверждений **неверно**:

- а) если прямая перпендикулярна к двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна и к этой плоскости,
- б) если прямая перпендикулярна к плоскости, то она ее пересекает,
- в) если две плоскости перпендикулярны к прямой, то они параллельны,
- г) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны,
- д) если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

3. Если одна из двух скрещивающихся прямых перпендикулярна к плоскости, то будет ли перпендикулярна к этой плоскости вторая прямая?

- а) да,
- б) да, но при определенных условиях,
- в) определить нельзя,
- г) нет,
- д) другой ответ.

4. Прямая  $a$  перпендикулярна к прямым  $c$  и  $b$ , лежащим в плоскости  $\alpha$ , прямая  $a$  перпендикулярна к плоскости  $\alpha$ . Каково взаимное расположение прямых  $c$  и  $b$ ?

- а) параллельны,
- б) пересекаются,
- в) параллельны или пересекаются,
- г) совпадают,
- д) определить нельзя.

5. Одна из двух параллельных плоскостей перпендикулярна прямой, тогда:

- а) другая плоскость параллельна прямой,
- б) прямая лежит в другой плоскости,

- в) другая плоскость перпендикулярна прямой,
- г) прямая не пересекает другую плоскость,
- д) выполняются все случаи, указанные в пунктах а - г.

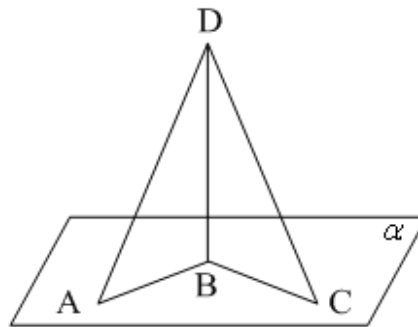
6. Точка E не принадлежит плоскости прямоугольника ABCD,  $BE \perp AB$ ,  $BE \perp BC$ . Тогда прямая AB и плоскость BCE:

- а) параллельны, г) прямая лежит в плоскости,
- б) перпендикулярны, д) перпендикулярны, но не  
пересекаются.
- в) скрещиваются,

### ТЗ №2

### Тест по теме: «Перпендикуляр и наклонные»

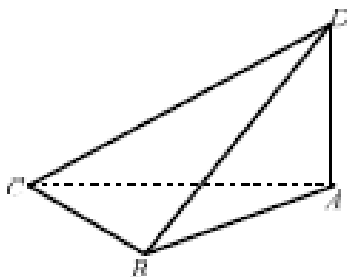
1.  $BD \perp \alpha$ .  $BC=BA$ . Неверно, что...



- 1)  $BC < AD$ ;
- 2)  $AB < AD$ ;
- 3)  $AD > DC$

2. В тетраэдре ABCD (см. рисунок)  $\angle BAD = \angle CAD = 90^\circ$ . Укажите на рисунке **все** ребра, перпендикулярные AD.

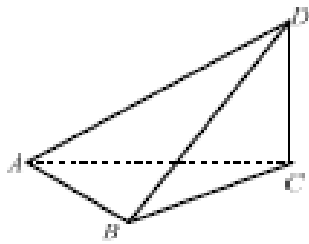
- 1) BC
- 2) BC, BD, CD
- 3) AC, BA
- 4) AB, CB, CA



3. В тетраэдре ABCD (см. рисунок)  $\angle ACD = \angle BCD = 90^\circ$ . Укажите на рисунке **все** ребра, перпендикулярные CD.

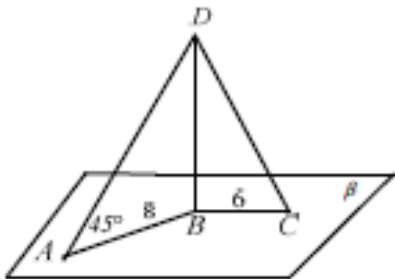


- 1) BC, CA
- 2) AB
- 3) AB, CB, CA
- 4) BD, AD, AB



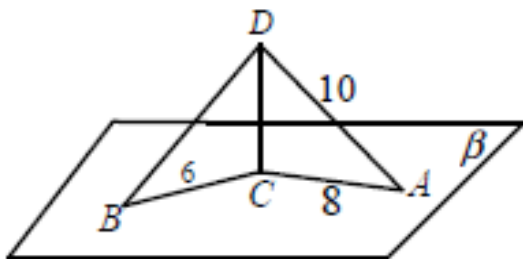
4.  $BD$ - перпендикуляр к плоскости  $\beta$ .  $DC$  и  $AD$  - наклонные к  $\beta$ .  $\angle DAB = 45^\circ$ ,  $AB = 8$ ,  $BC = 6$ .  
Найдите  $CD$ .

- 1) 100
- 2) 14
- 3)  $\sqrt{228}$
- 4) 10



5.  $CD$  - перпендикуляр к плоскости  $\beta$ .  $AD$  и  $BD$  - наклонные к  $\beta$ .  $BC = 6$ ,  $AD = 10$ ,  $AC = 8$ . Найдите  $\angle DBC$ .

- 1)  $90^\circ$
- 2)  $30^\circ$
- 3)  $60^\circ$
- 4)  $45^\circ$



### 3. Комплект оценочных средств для промежуточной аттестации

#### 3.1. Экзаменационные билеты (ЭБ)

##### Вариант 1.

1. Найдите значение выражения  $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8$ .

2. Бегун пробежал 450 метров за 50 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в **километрах в час**.

3. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

##### ВЕЛИЧИНЫ

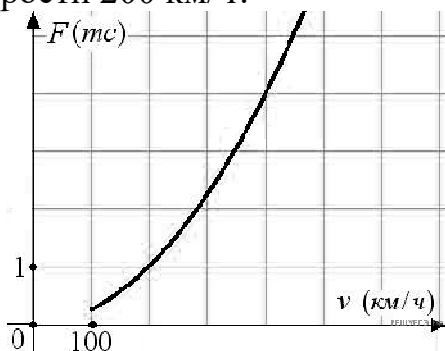
##### ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

А) объём ящика с яблоками	1) 108 л
Б) объём воды в озере Ханка	2) 900 м <sup>3</sup>
В) объём бутылки соевого соуса	3) 0,2 л
Г) объём бассейна в спорткомплексе	4) 18,3 км <sup>3</sup>

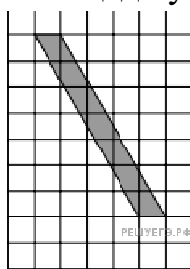
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

4. Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъемная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч?



5. План местности разбит на клетки. Каждая клетка является квадратом размером  $1\text{ м} \times 1\text{ м}$ . Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ



дайте в квадратных метрах.

6. Половина всех отдыхающих в пансионате — дети. Какой процент от всех отдыхающих составляют дети?

7. Найдите значение выражения  $(6\sqrt{19}+4)(6\sqrt{19}-4)$ .

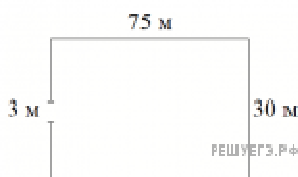
8. Длина биссектрисы  $l_c$ , проведенной к стороне  $c$  треугольника со

$$l_c = \sqrt{ab \left( 1 - \frac{c^2}{(a+b)^2} \right)}.$$

сторонами  $a$ ,  $b$  и  $c$ , вычисляется по формуле. Треугольник имеет стороны 9, 18 и 21. Найдите длину биссектрисы, проведённой к стороне длины 21.

9. Найдите корень уравнения:  $\left(\frac{1}{5}\right)^{5-x} = 125$ .

10. Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника равны 30 м и 75 м. Найдите длину забора, которым нужно огородить участок, предусмотрев проезд шириной 3 м. Ответ дайте в метрах.



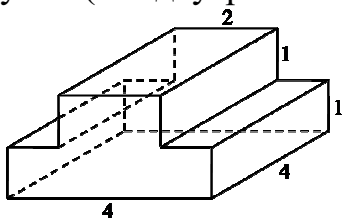
11. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо или вовсе не пишет, равна 0,21. Покупатель, не глядя, берёт одну шариковую ручку из коробки. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

12. Строительная фирма планирует купить  $70\text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

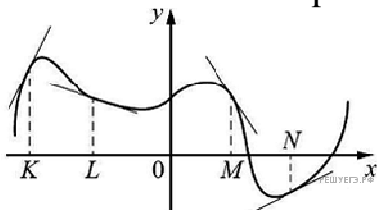
Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1\text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

В ответ укажите стоимость наиболее дешёвого варианта.

13. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



14. На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

А)  $K$

1)  $-1,5$

Б)  $L$

2)  $0,5$

В)  $M$

3)  $2$

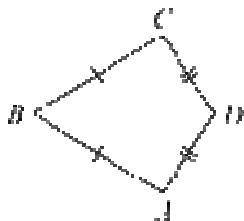
Г)  $N$

4)  $-\frac{1}{3}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

15. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ ,  $\angle B = 32^\circ$ ,  $\angle D = 94^\circ$ . Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.



16. Даны два шара с радиусами 8 и 4. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

17. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

РЕШЕНИЯ

А)  $2^x \geq 2$

1)  $x \geq 1$

- Б)  $0,5^x \geq 2$   
В)  $0,5^x \leq 2$   
Г)  $2^x \leq 2$

- 2)  $x \leq 1$   
3)  $x \leq -1$   
4)  $x \geq -1$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

**18.** На химическом заводе всего 15 промышленных ёмкостей для реакций. Объём каждой ёмкости меньше 100 литров, но не меньше 50 литров. Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.

- 1) На химическом заводе есть ёмкость объёмом 60 литров.
- 2) Разница в объёме двух ёмкостей более 15 литров.
- 3) На заводе нет ёмкости объёмом 40 литров.
- 4) Объём любой ёмкости на заводе более 30 литров.

**19.** Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

## Вариант 2

1. Найдите значение выражения

$$3\frac{4}{5} + 3 + \left(-\frac{11}{10}\right).$$

2. Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 600 рублей, а стоимость одного номера журнала в киоске — 28 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

3. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

### ВЕЛИЧИНЫ

### ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

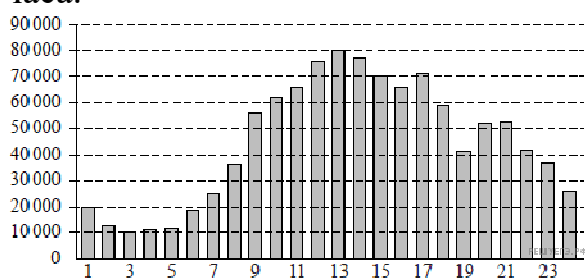
- А) площадь монитора компьютера
- Б) площадь города Санкт-Петербург
- В) площадь ногтя на пальце взрослого человека
- Г) площадь Краснодарского края

- 1) 75 500 кв. км
- 2) 960 кв. см
- 3) 100 кв. мм
- 4) 1399 кв. км

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

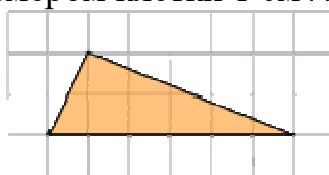
А	Б	В	Г

4. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА «Новости» в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается время (в часах), по вертикали — количество посетителей сайта на протяжении этого часа.



Определите по диаграмме, в течение какого часа на сайте РИА «Новости» побывало максимальное количество посетителей.

5. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



6. Ежемесячная плата за телефон составляет 200 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 2%. Сколько рублей будет составлять ежемесячная плата за телефон в следующем году?

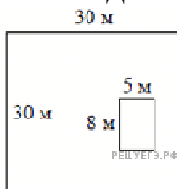
7. Найдите значение выражения

$$\frac{3^{-10} \cdot 3^5}{3^{-7}}$$

8. Закон Гука можно записать в виде  $F = kx$ , где  $F$  - сила (в ньютонах), с которой растягивают пружину,  $x$  — абсолютное удлинение пружины (в метрах), а  $k$  — коэффициент упругости. Пользуясь этой формулой, найдите  $x$  (в метрах), если  $F = 42$  Н и  $k = 7$  Н/м.

9. Найдите корень уравнения  $\sqrt{14 - 5x} = 3$ .

10. Дачный участок имеет форму квадрата, стороны которого равны 30 м. Размеры дома, расположенного на участке и имеющего форму прямоугольника, — 8 м × 5 м. Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.



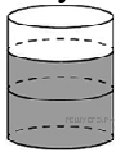
11. На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 130 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

12. Турист подбирает экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

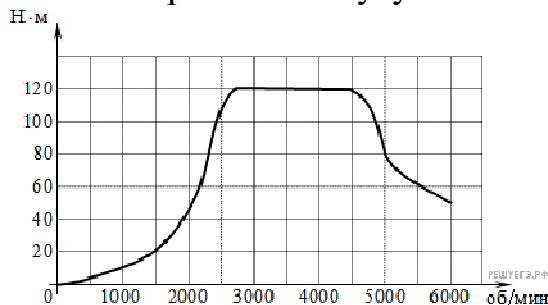
Номер экскурсии	Посещаемые объекты	Стоимость (руб.)
1	Крепость, загородный дворец	350
2	Загородный дворец	50
3	Музей живописи	200
4	Парк	350
5	Парк, музей живописи	300
6	Парк, крепость	350

Пользуясь таблицей, подберите набор экскурсий так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превышала бы 650 рублей. В ответе укажите ровно один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

13. В бак, имеющий форму цилиндра, налито 10 л воды. После полного погружения в воду детали, уровень воды в баке поднялся в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



14. На графике показана зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н · м.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу количества оборотов двигателя характеристику зависимости крутящего момента двигателя на этом интервале.

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА

- А) крутящий момент не менялся
- Б) крутящий момент рос быстрее
- В) крутящий момент падал
- Г) крутящий момент не превышал  $20\text{Н} \cdot \text{м}$

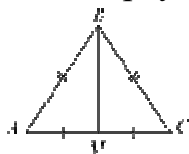
#### ИНТЕРВАЛЫ ОБОРОТОВ

- 1) 0 – 1500 об/мин.
- 2) 2000 – 3000 об/мин.
- 3) 3000 – 4000 об/мин.
- 4) 4000 – 6000 об/мин.

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

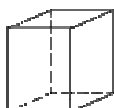
А	Б	В	Г

15. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC$ , медиана  $BM$  равна 5. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $10\sqrt{6}$ . Найдите длину стороны  $AB$ .



16. Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 7 и 4, а объём параллелепипеда равен 140. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.





17. Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-2)^2(x-4) < 0$	1) $(-\infty; 2) \cup (2; 4)$
Б) $\frac{(x-4)^2}{x-2} > 0$	2) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$
В) $(x-2)(x-4) < 0$	3) $(2; 4)$
Г) $\frac{x-2}{x-4} > 0$	4) $(2; 4) \cup (4; +\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий решению номер.

А	Б	В	Г

18. В зоомагазине в один из аквариумов запустили 30 рыбок. Длина каждой рыбки больше 2 см, но не превышает 8 см. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Семь рыбок в этом аквариуме короче 2 см.
- 2) В этом аквариуме нет рыбки длиной 9 см.
- 3) Разница в длине любых двух рыбок не больше 6 см.
- 4) Длина каждой рыбки больше 8 см.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

19. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

### Вариант 3

1. Найдите значение выражения  $\left(-2\frac{3}{4} - \frac{3}{8}\right) \cdot 160$ .

2. На бензоколонке один литр бензина стоит 35 рублей. Водитель залил в бак 20 литров бензина и взял бутылку воды за 43 рубля. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

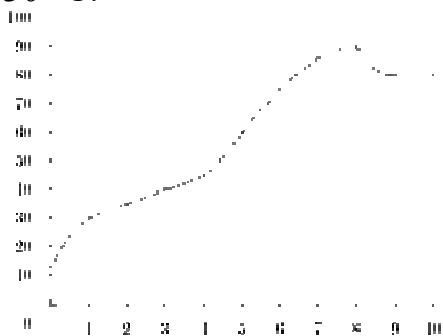
3. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) объём бытового холодильника	1) 120 м <sup>3</sup>
Б) объём железнодорожного вагона	2) 1,5 л
В) объём пакета сока	3) 908 км <sup>3</sup>
Г) объём воды в Ладожском озере	4) 300 л

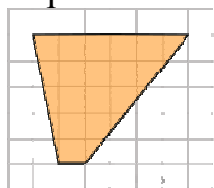
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

4. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался до температуры 30 °С.



5. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



6. Только 57% из 23 000 выпускников города правильно решили задачу В9. Сколько человек правильно решили задачу В9?

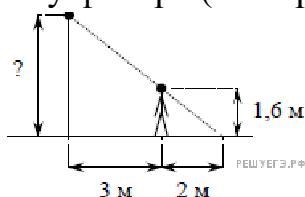
7. Найдите значение выражения  $\frac{3}{2}\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$ .

8. Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  — сила тока (в амперах),  $R$  — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите  $P$  (в ваттах), если  $R = 5$  Ом и  $I = 7$  А.

9. Решите уравнение  $x^2 - 4 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

10. Человек, рост которого равен 1,6 м, стоит на расстоянии 3 м от уличного фонаря. При этом длина тени человека равна 2 м. Определите высоту фонаря (в метрах).



11. В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

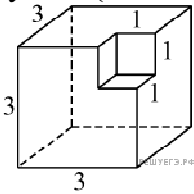
12. Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Языки	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Английский, немецкий	7000
2	Немецкий	3900
3	Французский	2000
4	Испанский	2900
5	Испанский, английский	5850
6	Испанский, французский	6100

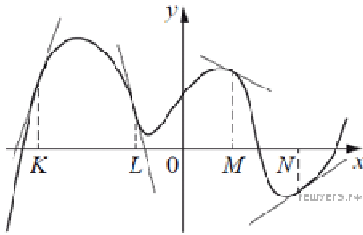
Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют всеми четырьмя языками: английским, немецким, испанским и французским; а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день. В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

*Цифры укажите в порядке возрастания.*

13. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



14. На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



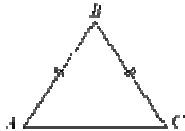
Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $K$	1) $-4$
Б) $L$	2) $3$
В) $M$	3) $\frac{2}{3}$
Г) $N$	4) $-0,5$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

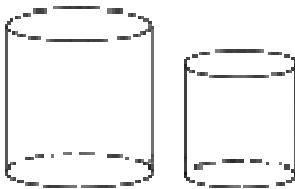
А	Б	В	Г

15. В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ ,  $AC = 8$ ,  $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . Найдите  $AB$ .

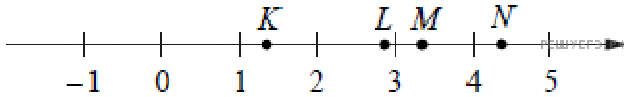


16.

Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 15 и 6, а второго — 2 и 5. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого цилиндра больше площади боковой поверхности второго?



17. На прямой отмечены точки  $K, L, M$  и  $N$ .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
А) $K$	1) $\log_2 20$
Б) $L$	4
В) $M$	2) $\sqrt[3]{3}$
Г) $N$	3) $\sqrt{11}$
	4) $0,35^{-1}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

18. Когда какая-нибудь кошка идёт по забору, пёс Шарик, живущий в будке возле дома, обязательно лает. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии.

- 1) Если Шарик не лает, значит, по забору идёт кошка.
- 2) Если Шарик молчит, значит, кошка по забору не идёт.
- 3) Если по забору идёт чёрная кошка, Шарик не лает.
- 4) Если по забору пойдёт белая кошка, Шарик будет лаять.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

19. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

### Вариант 4

1. Найдите значение выражения  $\frac{10}{3} \cdot \frac{5}{6} - \frac{5}{18}$ .

2. В летнем лагере 172 ребёнка и 24 воспитателя. В одном автобусе можно перевозить не более 30 пассажиров. Какое наименьшее количество таких автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

3. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

#### ВЕЛИЧИНЫ

- А) площадь волейбольной площадки
- Б) площадь тетрадного листа
- В) площадь письменного стола
- Г) площадь города Москвы

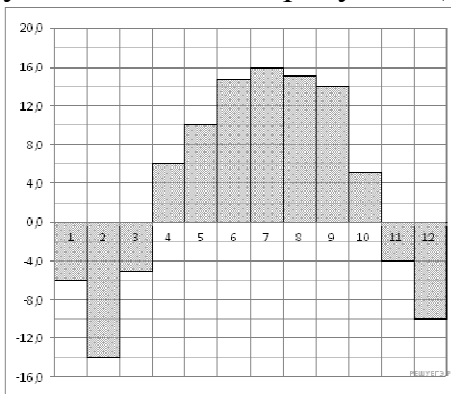
#### ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 162 кв. м
- 2) 600 кв. см
- 3) 2511 кв. км
- 4) 1,1 кв. м

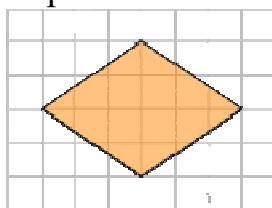
Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

4. На диаграмме показана среднемесячная температура в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



5. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



6. Цена на электрический чайник была повышена на 17% и составила 1521 рубль. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

$$\frac{(4\sqrt{2})^2}{16}$$

7. Найдите значение выражения

8. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами  $a$ ,  $b$  и  $c$  можно найти по формуле  $S = 2(ab + ac + bc)$ . Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами 5, 6 и 20.

9. Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} = 64$ .

10. Какой наименьший угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 14:00?



11. На олимпиаде по русскому языку участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух аудиториях сажают по 110 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 400 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

12. На соревнованиях по прыжкам в воду судьи выставили оценки от 0 до 10 трём спортсменам. Результаты приведены в таблице.

Номер спортсмена	К*	I судья	II судья	III судья	IV судья	V судья	VI судья	VII судья
1	9	6,6	5,6	6,5	7,6	5,7	8,3	6,7
2	8,5	7,3	6,6	6,0	6,9	7,1	5,8	6,3
3	7	5,5	8,1	7,9	5,6	5,1	8,1	7,7

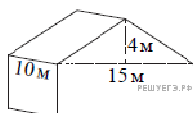
\* К — коэффициент сложности.

Итоговый балл вычисляется следующим образом: две наибольшие и две наименьшие оценки отбрасываются, а три оставшиеся складываются, и их сумма умножается на коэффициент сложности.

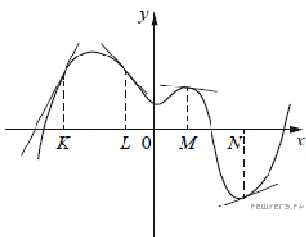
В ответе укажите номера спортсменов, итоговый балл которых больше 170, без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

13.

Двускатную крышу дома, имеющего в основании прямоугольник (см. рисунок), необходимо полностью покрыть рубероидом. Высота крыши равна 4 м, длины стен дома равны 10 м и 15 м. Найдите, сколько рубероида (в квадратных метрах) нужно для покрытия этой крыши, если скаты крыши равны.



14. На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



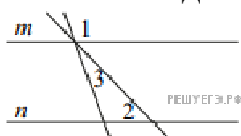
Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $K$	1) $-\frac{2}{15}$
Б) $L$	2) $2$
В) $M$	3) $\frac{5}{13}$
Г) $N$	4) $-1\frac{2}{15}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

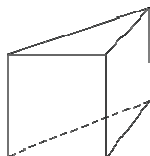
А	Б	В	Г

15. Прямые  $m$  и  $n$  параллельны (см. рисунок). Найдите  $\angle 3$ , если  $\angle 1 = 129^\circ$ ,  $\angle 2 = 1^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

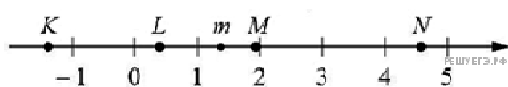


16.

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 5, а гипотенуза равна  $\sqrt{74}$ . Найдите объём призмы, если её высота равна 2.



17. На прямой отмечено число  $m$  и точки  $K, L, M$  и  $N$ .





Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ

- А)  $K$
- Б)  $L$
- В)  $M$
- Г)  $N$

ЧИСЛА

- 1)  $6 - m$
- 2)  $m^2$
- 3)  $m - 1$
- 4)  $-\frac{2}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

А	Б	В	Г

**18.** В группе учатся 30 студентов, из них 20 студентов получили зачёт по экономике и 20 студентов получили зачёт по английскому языку. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

В этой группе

- 1) не менее 10 студентов не получили зачёта ни по экономике, ни по английскому языку
- 2) хотя бы 10 студентов получили зачёты и по экономике, и по английскому языку
- 3) не больше 20 студентов получили зачёты и по экономике, и по английскому языку
- 4) найдётся студент, который не получил зачёта по английскому языку, но получил зачёт по экономике.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**19.** Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

#### 4. Критерии оценивания

**«5» «отлично» или «зачтено»** – студент показывает глубокое и полное овладение содержанием программного материала по УП Математика, в совершенстве владеет понятийным аппаратом и демонстрирует умение применять теорию на практике, решать различные практические и профессиональные задачи, высказывать и обосновывать свои суждения в форме грамотного, логического ответа (устного или письменного), а также высокий уровень овладения общими и профессиональными компетенциями и демонстрирует готовность к профессиональной деятельности;

**«4» «хорошо» или «зачтено»** – студент в полном объеме освоил программный материал по УП Математика, владеет понятийным аппаратом, хорошо ориентируется в изучаемом материале, осознанно применяет знания для решения практических и профессиональных задач, грамотно излагает ответ, но содержание, форма ответа (устного или письменного) имеют отдельные неточности, демонстрирует средний уровень овладения общими и профессиональными компетенциями и готовность к профессиональной деятельности;

**«3» «удовлетворительно» или «зачтено»** – студент обнаруживает знание и понимание основных положений программного материала по УП Математика, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практических и профессиональных задач, не умеет доказательно обосновать свои суждения, но при этом демонстрирует низкий уровень овладения общими и профессиональными компетенциями и готовность к профессиональной деятельности;

**«2» «неудовлетворительно» или «не зачтено»** – студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, беспорядочно и неуверенно излагает программный материал по УП Математика, не умеет применять знания для решения практических и профессиональных задач, не демонстрирует овладения общими и профессиональными компетенциями и готовность к профессиональной деятельности.

## 5. Информационное обеспечение

перечень учебных изданий, электронных изданий, электронных и Интернет-ресурсов, образовательных платформ, электронно-библиотечных систем, веб-систем для организации дистанционного обучения и управления им, используемые в образовательном процессе как основные и дополнительные источники.

### Основные источники:

1. Математика. Алгебра и начала математического анализа: базовый уровень: учебное пособие для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования/ Ш.А. Алимов, М.В. Ткачева, Ю.М. Колягин [и др.]. - М.: Просвещение, 2024.- 559, [1] с.: ил.
2. Математика. Геометрия: базовый уровень: учебное пособие для образовательных организаций, реализующих образовательные программы среднего профессионального образования/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. - М.: Просвещение, 2024.- 304 с.: ил.
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10-11 классы, учебник/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В.- М.: Просвещение, 2022.- 463 с.

### Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика: учебник/М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М.: Академия, 2014
2. Башмаков М.И. Математика: задачник/М.И. Башмаков. – 5-е изд., стер. – М.: Академия, 2014.
3. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 кл.: учеб. для общеобразовательных учреждений.- 22-е изд.- М.: Просвещение, 2014-255с.
4. Математика: Учебник / В.П. Григорьев.- М.: ИЦ Академия, 2016.-368 с.
5. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений.- 17-е изд.- М.: Просвещение, 2015.-384 с.
6. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб. пособие для средних спец. учеб. заведений-6 изд.-М.: Высш. шк., 2003-495с.

### Электронные издания (электронные ресурсы):

1. Информационно-образовательная среда «Российская электронная школа» - <https://resh.edu.ru/>:  
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/1988/main/> .  
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/3798/main/159142/>  
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4903/main/22650/>  
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4924/main/225717/>  
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/3993/main/225748/>  
<https://resh.edu.ru/subject/lesson/6118/main/225812/>

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4089/main/131707/>

2. Видеоматериал:

<https://infourok.ru/simmetrii-v-kube-v-parallelepipedo-v-prizme-i-piramide-2442552.html>

<https://youtu.be/7pHP5rHWVY>

[https://vk.com/video-152579821\\_456239042](https://vk.com/video-152579821_456239042)

[https://youtu.be/iAODi\\_4oS4Y](https://youtu.be/iAODi_4oS4Y)

<https://videouroki.net/video/29-obiem-shara.html>

<https://youtu.be/l-3YhgJwoRw>

[https://youtu.be/jGL4K8\\_WDjE](https://youtu.be/jGL4K8_WDjE)

<https://youtu.be/6LKJ8EO9Wfc>

<https://youtu.be/Xfrp9obfcg8>

<https://youtu.be/DMbc-0Y3c1s>

<https://youtu.be/6apOKP8wmRU>

<https://youtu.be/LTzihrl24DA>[https://vk.com/video-67041943\\_170518246](https://vk.com/video-67041943_170518246)

<https://youtu.be/hBo3KcfLScw>

<https://youtu.be/9Rkn0PLrahk>

[https://vk.com/video-67041943\\_170518301](https://vk.com/video-67041943_170518301)

### **Цифровая образовательная среда СПО PROФобразование:**

1. Веремениук, В. В. Практикум по математике : подготовка к тестированию и экзамену / В. В. Веремениук, В. В. Кожушко. — 3-е изд. — Минск : Тетралит, 2017. — 176 с. — ISBN 978-985-7081-89-9. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/88838> (дата обращения: 30.08.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

2. Веремениук, В. В. Тренажер по математике для подготовки к централизованному тестированию и экзамену / В. В. Веремениук. — 3-е изд. — Минск : Тетралит, 2019. — 176 с. — ISBN 978-985-7171-36-1. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/88848> (дата обращения: 27.08.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

3. Математика : учебное пособие / составители Н. В. Федорова. — Волгоград : Волгоградский институт бизнеса, 2009. — 87 с. — ISBN 978-5-9061-7299-0. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/11332> (дата обращения: 22.08.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### **Электронно-библиотечная система:**

IPR BOOKS - <http://www.iprbookshop.ru/78574.html>

**Веб-система для организации дистанционного обучения и управления им:**

Система дистанционного обучения ОГАПОУ «Алексеевский колледж»  
<http://moodle.alcollege.ru/>