ДЕПАРТАМЕНТ ВНУТРЕННЕЙ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ БЕЛГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«АЛЕКСЕЕВСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора
____________Решетникова Г.Л.
«31» 08 2020 г.

Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы студентов

по учебной дисциплине ЕН. 01 Элементы высшей математики
специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование (администратор баз данных)

Кузнецова И.С.,
преподаватель естественнонаучных дисциплин

Алексеевка – 2020

Рассмотрено на заседании ПЦК общих гуманитарных, социально-экономических и естественнонаучных дисциплин
Протокол №1 от «31» 08 2020 г.
Председатель Т.П.Шевченко

Данные методические рекомендации предназначены для студентов специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Элементы высшей математики, разработаны в соответствии с Положением об организации самостоятельной работы обучающихся в ОГАПОУ «Алексеевский колледж».

В методических рекомендациях определена сущность, виды внеаудиторной самостоятельной работы, даны указания по их выполнению, определены формы контроля.

Составитель:
Кузнецова Ирина Сергеевна,
преподаватель общих гуманитарных социально-экономических и естественнонаучных дисциплин

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации предназначены для студентов специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование при выполнении внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине Элементы высшей математики.

Цель методических указаний: оказание помощи студентам в выполнении самостоятельной работы по дисциплине Элементы высшей математики.

Цели и задачи дисциплины – требования результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать общими компетенциями согласно ФГОС СПО:

ОК 01.Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- решать дифференциальные уравнения;
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы теории комплексных чисел.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ п/п	Наименование разделов и тем	Кол-во часов	Виды заданий	Форма отчётности
	Тема 12 Аналитическая геометрия на плоскости	**2**		
1	Прямая и плоскость в пространстве	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
2	Решение задач по теме: Прямая и плоскость в пространстве	1	Изучение конспекта лекций, решение задач по образцу.	Решение задач в тетради
	Всего	**2**		

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Методические рекомендации по решению примеров аналитической геометрии на плоскости

Задача 1.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A={5; -1; 3}, B={2; 2; 0}, C={-1; 1; 1}.

Указание

Для того, чтобы составить уравнение плоскости, нужно знать координаты Точки, лежащей в этой плоскости, и координаты нормали, то есть вектора, перпендикулярного плоскости.

Решение

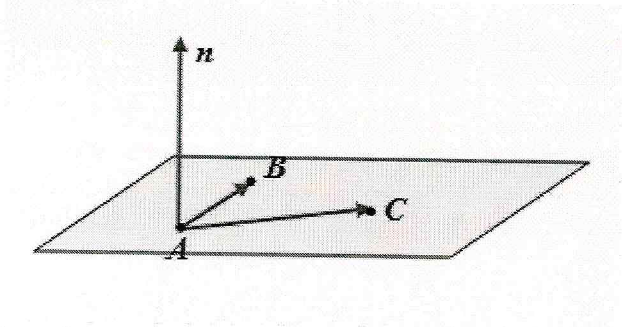

Рис. 6

Векторы AB = (-3; 3; -3) и AC = (-6; 2; -2) параллельны данной плоскости, поэтому их векторное произведение или любой вектор, коллинеарный ему, является нормалью к плоскости.

$$\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]=\left\{\begin{vmatrix}3 & -3\\ 2 & -2\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}-3 & -3\\ -6 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-3 & 3\\ -6 & 2\end{vmatrix}\right\}=$$

$$=(0;\ 12;\ 12)=12(0;\ 1;\ 1).$$

Выберем в качестве нормали $\boldsymbol{\Pi}$ = (0; 1; 1), а точкой {$X0$; $Y0$; $Z0$} будем считать точку B. Тогда уравнение плоскости имеет вид:

$0\cdot(X-2)+1\cdot(Y-2)+1\cdot(Z-0)=0,\ Y+Z-2=0.$

Ответ: $Y+Z-2=0.$

Задача 2.

Составить канонические уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x+y-5z-3=0\\ 5x+3y+8z-13=0\end{cases}.$$

Указание

Для того, чтобы составить канонические или параметрические уравнения прямой в пространстве, нужно знать координаты какой-либо точки, лежащей на этой на этой прямой, и координаты направляющего вектора, то есть вектора, коллинеарного прямой.

Решение

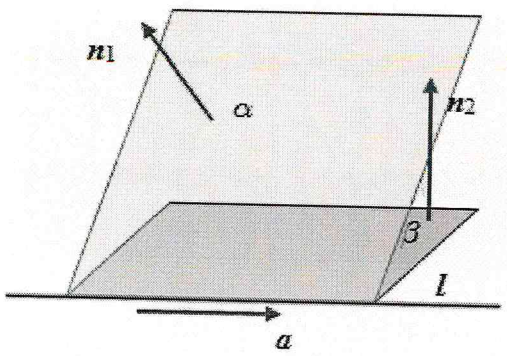

Рис. 7

Прямая является линией пересечения двух плоскостей, поэтому ее направляющий вектор ***A*** параллелен каждой из этих плоскостей и соответственно перпендикулярен нормалям ***П***1 и ***П***2 к данным плоскостям. В таком случае он коллинеарен векторному произведению [***N*1, *N*2**].

*N*1 = (2; 1; -5), *N*2 = (5; 3; 8), [*N*1,*N*2] = (23; -41; 1).

Итак, (*L*; *M*; *N*) = (23; -41; 1).

Будем искать точку, лежащую на данной прямой, у которой одна из координат принимает выбранное нами значение; тогда остальные две координаты можно определить единственным образом из системы уравнений, задающей пересекающиеся плоскости.

Выберем для удобства вычислений *Z*0 = 0, тогда для точки *M*={*X*0; *У*0; 0}

$$\begin{cases} 2x_0 + y_0 - 3 = 0 \\ 5x_0 + 3y_0 - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 3 - x_0 \\ 5x_0 + 9 - 6x_0 - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_0 = -4;\ y_0 = 11,\ M = \{-4;\ 11;\ 0\}.$$

Теперь составим канонические уравнения данной прямой:

$$\frac{x+4}{23} = \frac{y-11}{-41} = \frac{z}{1}.$$

Ответ: $\frac{x+4}{23} = \frac{y-11}{-41} = \frac{z}{1}.$

Задача 3.

Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую *L*:

$$\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t + 5 \\ z = -t - 1 \end{cases}$$

И точку *M*={2; -3; 1}.

Указание

Точка *A*={-3,5,-1} принадлежит плоскости, соответственно вектор $\overline{AM}$ параллелен плоскости. Кроме того, поскольку данная прямая лежит в плоскости, ее направляющий вектор ***A*** = (2: 1: -1) параллелен плоскости. Следовательно, нормаль к плоскости коллинеарна векторному произведению этих векторов.

Решение

Поскольку прямая лежит в плоскости, ее направляющий вектор ***A*** = (2: 1: -1) параллелен плоскости. При *T* = 0 из уравнений прямой получаем:

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 5\ - \\ z = -1 \end{cases}$$

Координаты точки *A*, принадлежащей прямой и соОтВетственно плоскости.

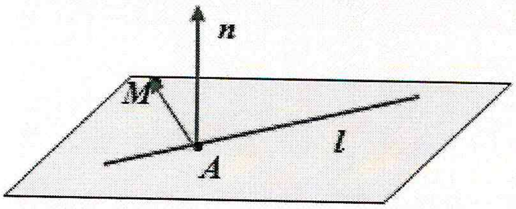

Рис. 8

Тогда вектор $AM = (5; -8; 2)$ параллелен Плоскости. Следовательно, нормаль $\boldsymbol{\Pi}$ к плоскости коллинеарна векторному произведению $[\boldsymbol{A}, AM] = (-6; -9; -21)$. Выберем $\boldsymbol{N} = (2; 3; 7)$ и составим уравнение плоскости, проходящей через Точку M перпендикулярно $\boldsymbol{\Pi}$:

$2(X-2) + 3(Y+3) + 7(Z-1) = 0$, $2X + 3Y + 7Z - 2 = 0$.

Ответ: $2X + 3Y + 7Z - 2 = 0$.

Задача 4.

Найти кратчайшее расстояние между прямыми

$$l_1: \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2} \quad и \quad l_2: \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+2 \\ z = 4t+13 \end{cases}.$$

Указание

Координаты направляющих векторов данных прямых $\boldsymbol{A}1 = \{3; 2; -2\}$ и $\boldsymbol{A}2 = \{1; 1; 4\}$ не пропорциональны, следовательно, $\boldsymbol{A}1$ и $\boldsymbol{A}2$ не коллинеарны, поэтому прямые либо пересекаются, либо скрещиваются.

Составьте уравнение плоскости A, проходящей через прямую $L1$ параллельно вектору $\boldsymbol{A}2$. Если $L1$ и $L2$ пересекаются, то прямая $L2$ будет лежать в этой плоскости; если же $L1$ и $L2$ скрещиваются, то $L2$ параллельна плоскости A, и тогда расстояние между $L1$ и $L2$ (длина общего перпендикуляра) будет равно расстоянию от любой точки прямой $L2$ до плоскости A.

Решение

Координаты направляющих векторов данных прямых $\boldsymbol{A}1 = \{3; 2; -2\}$ и $\boldsymbol{A}2 = \{1; 1; 4\}$ не пропорциональны, следовательно, $\boldsymbol{A}1$ и $\boldsymbol{A}2$ не коллинеарны, поэтому прямые либо пересекаются, либо скрещиваются.

Составим уравнение плоскости A, проходящей через прямую $L1$ параллельно вектору $\boldsymbol{A}2$. Если $L1$ и $L2$ пересекаются, то прямая $L2$ будет лежать в этой плоскости (рис.9); если же $L1$ и $L2$ скрещиваются, то $L2$ параллельна плоскости A, и тогда расстояние между $L1$ и $L2$ (длина общего перпендикуляра) будет равно расстоянию от любой точки прямой $L2$ до плоскости A (рис.10).

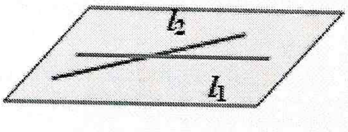

Рис. 9

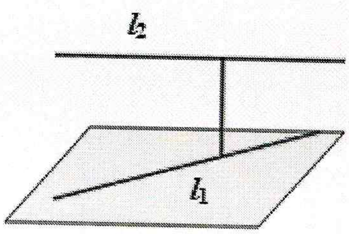

Рис. 10

$[A1, A2] = (10; -14; 1) = \mathbf{N}$, точка $A=\{5; 0; -25\}$ лежит на прямой $L1$, следова-тельно, она лежит и в плоскости A. Тогда уравнение плоскости A имеет вид:

$10(X-5) - 14(У-0) + 1\cdot(Z+25) = 0;\ 10X - 14У + Z - 25 = 0.$

Точка $B=\{1; 2; 13\}$ принадлежит прямой $L2$. Проверим, лежит ли эта точка в плоскости A:

$$10\cdot 1 - 14\cdot 2 + 13 - 25 = -30 \neq 0 \Rightarrow B \notin l_2 \Rightarrow l_2 \not\subset \alpha.$$

Тогда искомой величиной будет расстояние от B до A. Его можно найти, составив нормальное уравнение плоскости A:

$$\alpha: \frac{10}{\sqrt{33}}x - \frac{14}{\sqrt{33}}y + \frac{1}{\sqrt{33}}z - \frac{25}{\sqrt{343}} = 0,$$

$$d_B = \left|\frac{10}{\sqrt{33}}\cdot 1 - \frac{14}{\sqrt{33}}\cdot 2 + \frac{1}{\sqrt{33}}\cdot 13 - \frac{25}{\sqrt{33}}\right| == \left|-\frac{28}{\sqrt{33}}\right| = \frac{28}{\sqrt{33}}.$$

Ответ: $\frac{28}{\sqrt{33}}$.

Задача 5.

Найти точку, симметричную точке $A(5; -10; 4)$ относительно плоскости A: $X - 3У + Z - 6 = 0$.

Указание

Искомая точка B лежит на прямой, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости A так, что $OA = OB$, где точка O – точка пересечения A с прямой AB.

Решение

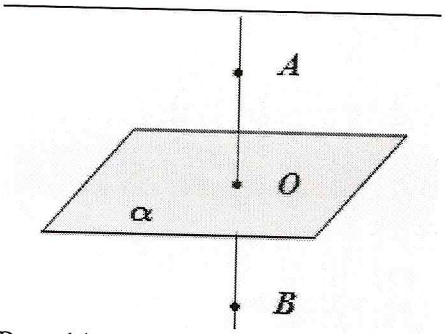

Рис. 11

Искомая точка B лежит на прямой, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости A так, что $OA = OB$, где точка O – точка пересечения A с прямой AB. Составим уравнения прямой AB. Эта прямая перпендикулярна A, поэтому ее направляющим вектором можно считать нормаль к плоскости A: $\mathbf{A} = \mathbf{N} = (1; -3; 1)$.

Параметрические уравнения прямой AB имеют вид:

$$\begin{cases} x = t + 5 \\ y = -3t - 10. \\ z = t + 4 \end{cases}$$

Точка O принадлежит и прямой AB, и плоскости A, поэтому ее координаты должны удовлетворять и уравнениям прямой, и уравнению плоскости. Подставим в уравнение плоскости A параметрические выражения для X, Y, Z из уравнений прямой AB:

$T + 5 - 3(-3T - 10) + T + 4 - 6 = 0;\ 11T + 33 = 0;\ T = -3.$

Итак, координаты точки O:

$$\begin{cases} x = -3 + 5 = 2 \\ y = -3(-3) - 10 = -1 \Rightarrow O(2; -1; 1). \\ z = -3 + 4 = 1 \end{cases}$$

Поскольку точка O – середина отрезка AB, то

$$\begin{cases} x_O = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_O = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_O = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2x_O - x_A = 4 - 5 = -1 \\ y_B = 2y_O - y_A = -2 + 10 = 8 \\ z_B = 2z_O - z_A = 2 - 4 = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-1;\ 8; -2).$$

Ответ: (-1; 8; -2).