МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ БЕЛГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
ОБЛАСТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«АЛЕКСЕЕВСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

Комплект контрольно-оценочных средств

по учебной дисциплине

ЕН. 02 Дискретная математика с элементами математической логики

для специальности

09.02.07 Информационные системы и программирование (специалист по информационным системам)

Алексеевка – 2022

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование (специалист по информационным системам)

Составитель:
Кузнецова И.С., преподаватель ОГАПОУ «Алексеевский колледж»

1. Паспорт комплекта оценочных средств

1.1 Область применения комплекта оценочных средств

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины ЕН. 02 Дискретная математика с элементами математической логики.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

КОС разработан на основании рабочей программы учебной дисциплины ЕН. 02 Дискретная математика с элементами математической логики.

1.2 Цели и задачи учебной дисциплины **– требования к результатам освоения программы:**

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь**:

У1 применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики;

У2 формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать**:

З1 основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов;

З2 формулы алгебры высказываний;

З3методы минимизации алгебраических преобразований;

З4 основы языка и алгебры предикатов;

З5 основные принципы теории множеств.

Профессиональные (ПК) и общие (ОК) **компетенции**, которые актуализируются при изучении учебной дисциплины:

ОК1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.

ОК5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ОК9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Планируемые личностные результаты освоения рабочей программы:

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 7. Осознающий приоритетную ценность личности человека; уважающий собственную и чужую уникальность в различных ситуациях, во всех формах и видах деятельности.

ЛР 8. Проявляющий и демонстрирующий уважение к представителям различных этнокультурных, социальных, конфессиональных и иных групп. Сопричастный к сохранению, преумножению и трансляции культурных традиций и ценностей многонационального российского государства.

ЛР 11. Проявляющий уважение к эстетическим ценностям, обладающий основами эстетической культуры.

1.3 Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Наименование тем	Коды умений (У), знаний (З), личностных результатов (ЛР), формированию которых способствует элемент программы	Средства контроля и оценки результатов обучения **в рамках текущей аттестации** (номер задания)	Средства контроля и оценки результатов обучения **в рамках промежуточной аттестации** (номер задания/контрольного вопроса/ экзаменационного билета)
Тема 1.1 Алгебра высказываний.	У2 З2 ЛР 4	ПЗ №1 ПЗ №2	КВ №1-7
Тема 1.2 Булевы функции.	У1 У2 З1 З2 З3 ЛР 7	ПЗ №3 ПЗ №4	КВ № 2,4,5
Тема 2.1 Основы теории множеств.	У2 З1 З5 ЛР 8	ПЗ №5 ПЗ №6	КВ №1-7
Тема 3.1 Предикаты.	У1 У2 З1 З4 ЛР 8	ПЗ №7	КВ № 2,3,7
Тема 4.1 Основы теории графов.	У1 У2 З1 ЛР 11	ТЗ № 4.1	КВ № 6
Тема 5.1 Элементы теории алгоритмов	У1 У2 З1 ЛР 4	ТЗ № 5.1	КВ № 6

2. Комплект оценочных средств для текущей аттестации

2.1. Практические задания (ПЗ)

ПЗ №1. Тема: Формулы логики. Таблица истинности и методика её построения.
Цели:
- изучить принципы построения таблиц истинности для сложных выражений;
- способствовать развитию логического мышления;

Необходимо знать: *основные понятия, формулы и правила алгебры логики*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и правила алгебры логики*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *Компьютерные программы не используются*

Теория: *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: *- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Логика – наука о законах и формах мышления

2 Высказывание (суждение) – некоторое предложение, которое может быть истинно (верно) или ложно

3 Утверждение – суждение, которое требуется доказать или опровергнуть

4 Рассуждение – цепочка высказываний или утверждений, определенным образом связанных друг с другом

5 Умозаключение – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных суждений получается (выводится) новое суждение

6 Логическое выражение – запись или устное утверждение, в которое, наряду с постоянными, обязательно входят переменные величины (объекты). В зависимости от значений этих переменных логическое выражение может принимать одно из двух возможных значений: ИСТИНА (логическая 1) или ЛОЖЬ (логический 0)

7 Сложное логическое выражение – логическое выражение, составленное из одного или нескольких простых (или сложных) логических выражений, связанных с помощью логических операций.

8 Алгебра логики – это наука об общих правилах и законах действий над логическими переменными и высказываниями.

9 Самой простой логической операцией является операция НЕ, по-другому ее часто называют отрицанием, дополнением или инверсией и обозначают NOT ( ). Если A – истинно, то $\bar{A}$ – ложно и наоборот. Результат отрицания всегда противоположен значению аргумента. Логическая операция НЕ является унарной, т.е. действие выполняются над одним операндом. Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

10 Логическое И еще часто называют конъюнкцией, или логическим умножением, а ИЛИ – дизъюнкцией, или логическим сложением. Операция И

(обозначается «И», «and», «&», A•B) имеет результат «истина» только в том случае, если оба ее операнда истинны. Таблица истинности $F = A \wedge B$:

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

11 Операция ИЛИ (обозначается «ИЛИ», «or», A+B, A∨B) называется дизъюнкцией или логическим сложением и дает «истину», если значение «истина» имеет хотя бы один из операндов. Разумеется, в случае, когда справедливы оба аргумента одновременно, результат по-прежнему истинный. Таблица истинности $F = A \vee B$:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Операции И, ИЛИ, НЕ образуют полную систему логических операций, из которой можно построить сколь угодно сложное логическое выражение. В вычислительной технике также часто используется операции импликация и эквивалентность.

12 Логическое следование: импликация – связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (A), а второе (B) – следствием из этого условия. Результатом импликации является ЛОЖЬ только тогда, когда условие A истинно, а следствие B ложно. Обозначается символом "следовательно" и выражается словами ЕСЛИ … , ТО … Таблица истинности $F = A \rightarrow B$:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

13 Логическая равнозначность: эквивалентность – определяет результат сравнения двух простых логических выражений A и B. Результатом эквивалентности является новое логическое выражение, которое будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных выражения одновременно истинны или ложны. Обозначается символом "эквивалентности". Таблица истинности $F = A \leftrightarrow B$:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

14 Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении: 1. инверсия → 2. Конъюнкция → 3. Дизъюнкция → 4. Импликация → 5. Эквивалентность

15 Для изменения указанного порядка выполнения операций используются круглые скобки.

Операции И, ИЛИ, НЕ образуют полную систему логических операций, из которой можно построить сколь угодно сложное логическое выражение. В вычислительной технике также часто используется операции импликация и эквивалентность.

16 Штрих Шеффера, $A|B$ или антиконъюнкция, по определению это отрицание конъюнкции $F = A|B = \overline{A \wedge B}$:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

17 Стрелка Пирса, $A \downarrow B$ или антидизъюнкция, по определению $F = A \downarrow B = \overline{A \vee B}$:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

18 Сумма по модулю два, $A \oplus B$ или антиэквивалентность, по определению $F = A \oplus B = \overline{A \leftrightarrow B}$.

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

19 Основные законы логики : A = A – закон тождества
$A \& \overline{A} = 0$ – закон непротиворечия
$A \vee \overline{A} = 1$ – закон исключенного третьего
$\overline{\overline{A}} = A$ – закон двойного отрицания

– Свойства констант: $\overline{0} = 1$ $\overline{1} = 0$
$A \vee 0 = A$ $A \& 0 = 0$
$A \vee 1 = 1$ $A \& 1 = 1$
– Законы идемпотентности: $A \vee A = A$; $A \& A = A$
– Законы коммутативности: $A \vee B = B \vee A$; $A \& B = B \& A$
– Законы ассоциативности: $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$; $A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$

– Законы дистрибутивности: $A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$;
$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$
– Законы поглощения: $A \vee (A \& B) = A$; $A \& (A \vee B) = A$
– Законы де Моргана: $\overline{A \vee B} = \overline{A} \& \overline{B}$; $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$

Задание

1 Составить таблицу истинности сложного логического выражения

Пример выполнения:

1 Исходные данные:

$F = A \vee \overline{B} \wedge C$.

Решение:

1 Определим количество переменных – их 3, значит количество строк в таблице истинности = $2^3 + 1 = 9$ (каждый операнд принимает одно из двух значений – 0 или 1)

2 Определим количество и порядок действий: 3 действия ($\partial 1 = \overline{B}$, $\partial 2 = \partial 1 \wedge C$ и $\partial 3 = A \vee \partial 2$), значит количество столбцов = 3 (3 переменные) + 3 (3 действия) = 6

3 Составляем таблицу истинности, вписывая в соответствующие ячейки результаты действий, используя правила алгебры логики, например, если B = 1, то $\overline{B} = 0$; $\partial 1 = 1$, C = 1, то $\partial 1 \wedge C = 1$ и т. д.

A	B	C	$\partial 1$	$\partial 2$	$\partial 3$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

Задания к практической работе.

Задание 1

1 $F = A \vee \overline{B} \vee (\overline{A} \vee C)$

2 $F = A \to \overline{B} \vee C$

3 $F = B \vee (\overline{A} \leftrightarrow C)$

4 $F = \overline{B} \vee (A \leftrightarrow C)$

5 $F = A \wedge B \to \overline{B} \wedge C$

6 $F = A \wedge B \leftrightarrow \overline{B} \vee C$

7 $F = (A \vee \overline{B}) \vee (\overline{A} \to C)$

8 $F = (A \to \overline{B}) \vee C$

9 $F = B \vee C \leftrightarrow \overline{A} \vee \overline{C}$

10 $F = \overline{B} \vee (A \wedge C \to B)$

11 $F = A \vee B \to \overline{B} \vee C$

12 $F = A \wedge B \leftrightarrow \overline{B} \vee C$

13 $F = A \to \overline{B} \vee (\overline{A} \vee C)$

14 $F = \overline{A} \wedge B \to \overline{B} \vee C$

15 $F = B \vee (\overline{A} \leftrightarrow C) \wedge A$

16 $F = A \leftrightarrow C \vee B \to A$

17 $F = A \leftrightarrow \overline{C} \vee B \to \overline{A}$

18 $F = (A \leftrightarrow C) \vee (B \to A)$

19 $F = A \leftrightarrow C \vee (B \to \overline{A})$

20 $F = A \leftrightarrow (C \vee B \to A)$

21 $F = (\overline{A} \leftrightarrow C) \vee B \to A$

22 $F = \overline{A} \leftrightarrow (C \vee \overline{B} \to A)$

23 $F = A \wedge (B \to \overline{C}) \wedge C$

24 $F = A \wedge (B \leftrightarrow \overline{A}) \vee C$

25 $F = (C \vee \overline{B}) \vee (\overline{A} \vee C)$

26 $F = A \to \overline{B} \vee (C \to B)$

27 $F = (A \wedge B \to \overline{B}) \wedge (C \vee \overline{A})$

28 $F = \overline{B} \vee (A \leftrightarrow C) \wedge C$

29 $F = A \wedge B \to \overline{B} \wedge C$

30 $F = A \wedge B \leftrightarrow \overline{B} \vee C$

Контрольные вопросы: *1 Что такое логика? 2 Что называется высказыванием? 3 Что такое утверждение? 4 Что называется рассуждением? 5 Что такое умозаключение? 6 Что такое логическое выражение? 7 Какие бывают логические выражения? 8 Что такое алгебра логики? 9 Понятие, обозначение и таблица истинности инверсии. 10 Понятие, обозначение и таблица истинности конъюнкции. 11 Понятие и обозначение и таблица истинности дизъюнкции. 12 Понятие, обозначение и таблица истинности импликации. 13 Понятие, обозначение и таблица истинности эквивалентности 14 Порядок действий в сложных логических выражений. 15 Способ изменения порядка действий в логических выражениях. 16 Понятие, обозначение и таблица истинности штриха Шеффера 17 Понятие, обозначение и таблица истинности стрелки Пирса 18 Понятие, обозначение и таблица истинности суммы по модулю два 19 Закон двойного отрицания 20 Законы*

Литература:

1 Горбатов В. А. Дискретная математика: учебник для вузов / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова . - М. : АСТ, 2003. - 447 с. : рис., табл. - (Высшая школа). - Библиогр.: с.441-444.

2 Новиков Ф. А. Дискретная математика: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - СПб : Питер, 2007. - 364 с.

ПЗ №2. Тема: Законы логики. Равносильные преобразования.

Цель работы: Научиться строить таблицы истинности логических высказываний и преобразовывать формулы, используя основные равносильности

Необходимо знать: *основные понятия, формулы и правила алгебры логики*

Необходимо уметь: *применять основные формулы и правила алгебры логики*

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): *методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия*

Компьютерные программы: *Компьютерные программы не используются*

Теория: *Для выполнения заданий по данной теме необходимо предварительно изучить теоретические материалы, а также методические рекомендации к выполнению работы*

Порядок выполнения задания, методические указания: *- ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод*

Дополнительные задания: *могут быть сформулированы по ходу занятия*

Содержание отчета: *отчет по практической работе должен содержать: рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе*

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Логика – наука о законах и формах мышления

2 Высказывание (суждение) – некоторое предложение, которое может быть истинно (верно) или ложно

3 Утверждение – суждение, которое требуется доказать или опровергнуть

4 Рассуждение – цепочка высказываний или утверждений, определенным образом связанных друг с другом

5 Умозаключение – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких данных суждений получается (выводится) новое суждение

6 Логическое выражение – запись или устное утверждение, в которое, наряду с постоянными, обязательно входят переменные величины (объекты). В зависимости от значений этих переменных логическое выражение может принимать одно из двух возможных значений: ИСТИНА (логическая 1) или ЛОЖЬ (логический 0)

7 Сложное логическое выражение – логическое выражение, составленное из одного или нескольких простых (или сложных) логических выражений, связанных с помощью логических операций.

8 Алгебра логики – это наука об общих правилах и законах действий над логическими переменными и высказываниями.

9 Самой простой логической операцией является операция НЕ, по-другому ее часто называют отрицанием, дополнением или инверсией и обозначают NOT ( ). Если А – истинно, то $\bar{A}$ – ложно и наоборот. Результат отрицания всегда противоположен значению аргумента. Логическая операция НЕ является унарной, т.е. действие выполняются над одним операндом. Таблица истинности:

A	Ā
0	1
1	0

10 Логическое И еще часто называют конъюнкцией, или логическим умножением, а ИЛИ – дизъюнкцией, или логическим сложением. Операция И

(обозначается «И», «and», «&», A•B) имеет результат «истина» только в том случае, если оба ее операнда истинны. Таблица истинности F = A ∧ B:

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

11 Операция ИЛИ (обозначается «ИЛИ», «or», A+B, A∨B) называется дизъюнкцией или логическим сложением и дает «истину», если значение «истина» имеет хотя бы один из операндов. Разумеется, в случае, когда справедливы оба аргумента одновременно, результат по-прежнему истинный. Таблица истинности F = A ∨ B:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Операции И, ИЛИ, НЕ образуют полную систему логических операций, из которой можно построить сколь угодно сложное логическое выражение. В вычислительной технике также часто используется операции импликация и эквивалентность.

12 Логическое следование: импликация – связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (А), а второе (В) – следствием из этого условия. Результатом импликации является ЛОЖЬ только тогда, когда условие А истинно, а следствие В ложно. Обозначается символом "следовательно" и выражается словами ЕСЛИ … , ТО … Таблица истинности F = A → B:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

13 Логическая равнозначность: эквивалентность – определяет результат сравнения двух простых логических выражений А и В. Результатом эквивалентности является новое логическое выражение, которое будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных выражения одновременно истинны или ложны. Обозначается символом "эквивалентности". Таблица истинности F = A ↔ B:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

14 Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении: 1. инверсия → 2. Конъюнкция → 3. Дизъюнкция → 4. Импликация → 5. Эквивалентность

15 Для изменения указанного порядка выполнения операций используются круглые скобки.

Операции И, ИЛИ, НЕ образуют полную систему логических операций, из которой можно построить сколь угодно сложное логическое выражение. В вычислительной технике также часто используется операции импликация и эквивалентность.

16 Штрих Шеффера, $A|B$ или антиконъюнкция, по определению это отрицание конъюнкции $F = A \mid B = \overline{A \wedge B}$:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

17 Стрелка Пирса, $A \downarrow B$ или антидизъюнкция, по определению $F = A \downarrow B = \overline{A \vee B}$:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

18 Сумма по модулю два, $A \oplus B$ или антиэквивалентность, по определению $F = A \oplus B = \overline{A \leftrightarrow B}$.

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

19 Основные законы логики : A = A – закон тождества
$A \,\&\, \overline{A} = 0$ – закон непротиворечия
$A \vee \overline{A} = 1$ – закон исключенного третьего
$\overline{\overline{A}} = A$ – закон двойного отрицания

– Свойства констант: $\overline{0} = 1$ $\quad \overline{1} = 0$
$A \vee 0 = A$ $\quad A \,\&\, 0 = 0$
$A \vee 1 = 1$ $\quad A \,\&\, 1 = 1$
– Законы идемпотентности: $A \vee A = A$; $A \,\&\, A = A$
– Законы коммутативности: $A \vee B = B \vee A$; $A \,\&\, B = B \,\&\, A$
– Законы ассоциативности: $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$; $A \,\&\, (B \& C) = (A \& B) \,\&\, C$

– Законы дистрибутивности: $A\vee(B\&C)=(A\vee B)\&(A\vee C)$;
$A\&(B\vee C)=(A\&B)\vee(A\&C)$
– Законы поглощения: $A \vee (A \& B) = A$; $A \& (A \vee B) = A$
– Законы де Моргана: $\overline{A\vee B}=\overline{A}\&\overline{B}$; $\overline{A\& B}=\overline{A}\vee\overline{B}$

Задание

2 Для заданного логического выражения:

– построить таблицу истинности;
– упростить высказывание, используя равносильные преобразования;
– полученный результат проверить, построив для него таблицу истинности.

Пример выполнения:

2 Исходные данные:

$(X\to Y)\wedge(Y\to Z)\to(Z\to X)$.

Решение:

1 $(X\overset{\partial 1}{\to}Y)\overset{\partial 4}{\wedge}(Y\overset{\partial 2}{\to}Z)\overset{\partial 5}{\to}(Z\overset{\partial 3}{\to}X)$.

2 Составим таблицу истинности для исходного выражения:

X	Y	Z	∂1	∂2	∂3	∂4	∂5
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

3 Упростим высказывание:

– преобразуем импликацию:

$(X\to Y)(Y\to Z)\to(Z\to X)=\overline{(\overline{X}\vee Y)(\overline{Y}\vee Z)}\vee(\overline{Z}\vee X)$;

– воспользуемся законом де Моргана для преобразования инверсии:

$\overline{(\overline{X}\vee Y)(\overline{Y}\vee Z)}\vee(\overline{Z}\vee X)=\overline{(\overline{X}\vee Y)}\vee\overline{(\overline{Y}\vee Z)}\vee(\overline{Z}\vee X)=\overline{\overline{X}}\overline{Y}\vee\overline{\overline{Y}}\overline{Z}\vee\overline{Z}\vee X$;

– по закону двойного отрицания:

$\overline{\overline{X}}\overline{Y}\vee\overline{\overline{Y}}\overline{Z}\vee\overline{Z}\vee X=X\overline{Y}\vee Y\overline{Z}\vee\overline{Z}\vee X$;

– перегруппируем высказывание и воспользуемся законом поглощения:

$X\overline{Y}\vee Y\overline{Z}\vee\overline{Z}\vee X=X\overline{Y}\vee X\vee Y\overline{Z}\vee\overline{Z}=X\vee\overline{Z}$

4 Составим таблицу истинности для полученного выражения:

X	Y	Z	$\overline{Z}$	$X \vee \overline{Z}$
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1

Результирующие столбцы в двух таблицах совпали, следовательно, выполненные преобразования верны

Задания к практической работе.

Задание 2

1 $(A \leftrightarrow B) \vee A\overline{B} \vee C$

2 $(A \rightarrow B) \vee A\overline{C} \vee BC$

3 $(AC \rightarrow B) \vee A\overline{C}$

4 $A\overline{B} \vee (A \leftrightarrow C)B$

5 $(\overline{A} \rightarrow B)(A\overline{C} \vee BC)$

6 $(A \leftrightarrow C) \vee A\overline{B} \vee AC$

7 $(A \leftrightarrow C) \vee A\overline{B} \vee BC$

8 $(C \leftrightarrow B) \vee A\overline{C} \vee BC$

9 $(BC \rightarrow A) \vee A\overline{C}$

10 $(AB \rightarrow C) \vee A\overline{C}$

11 $(\overline{A} \rightarrow C)(B\overline{C} \vee AB)$

12 $(\overline{A} \leftrightarrow B)(A \rightarrow BC)$

13 $(B \rightarrow C) \vee A\overline{B} \vee \overline{A}C$

14 $(A \rightarrow \overline{B}C) \vee A\overline{B} \vee B\overline{C}$

15 $(AC \rightarrow \overline{B}) \vee B\overline{C}$

16 $B \vee (A \leftrightarrow CB) \vee A\overline{C}$

17 $(AC \rightarrow B) \vee AB\overline{C}$

18 $(\overline{A} \leftrightarrow C)(B\overline{C} \rightarrow AB)$

19 $(B \rightarrow C) \vee (B \rightarrow AC)$

20 $(AB \rightarrow C) \vee A \vee \overline{A}C$

21 $(A \leftrightarrow C) \vee (A\overline{B} \rightarrow C)$

22 $(\overline{A}B \rightarrow \overline{C}) \vee ABC$

23 $(AB \rightarrow C) \vee A\overline{C}$

24 $(\overline{A} \rightarrow BC)(A \leftrightarrow C)$

25 $(\overline{A} \leftrightarrow B) \vee (A \rightarrow BC)$

26 $(\overline{A \rightarrow B})(C\overline{A} \rightarrow B)$

27 $(A \rightarrow \overline{B}C) \vee A\overline{B} \vee BC$

28 $(A \rightarrow C) \vee A\overline{B} \vee BC$

29 $(\overline{A \rightarrow B})(B\overline{A} \rightarrow C)$

30 $(AB \rightarrow \overline{C}) \vee A\overline{B}C$

тинности суммы по модулю два 19 Закон двойного отрицания 20 Законы идемпотентности 21 Коммутативные законы 22 Ассоциативные законы 23 Дистрибутивные законы 24 Законы де Моргана 25 Законы нуля и единицы 26 Законы поглощения 27 Закон исключенного третьего и закон противоречия

28 Формула преобразования импликации 29 Формула преобразования эквивалентности

Литература:

1 Горбатов В. А. Дискретная математика: учебник для вузов / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова . - М. : АСТ, 2003. - 447 с. : рис., табл. - (Высшая школа). - Библиогр.: с.441-444.

2 Новиков Ф. А. Дискретная математика: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - СПб : Питер, 2007. - 364 с.

ПЗ №3. Тема: Приведение формул логики к ДНФ, КНФ с помощью равносильных преобразований

Цель работы: овладеть навыками составления дизъюнктивной и конъ нормальных формы функции алгебры логики.

Задание:

Выполните задание согласно варианту.

1 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$((X \leftrightarrow \overline{Y}) \vee Z) \wedge Y$; $((X \to Y) \to Z) \to \overline{X}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$((\overline{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \overline{Y}$; $\overline{(\overline{(X \wedge Y)} \to Y)} \to (\overline{X} \wedge Z)$;

2 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \leftrightarrow Z) \to (X \wedge \overline{Y})$; $((\overline{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \overline{Y}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$\overline{(\overline{(\overline{X} \wedge Y)} \to Y)} \to (X \wedge \overline{Z})$; $(X \wedge Z) \vee (\overline{Y} \leftrightarrow Z)$;

3 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$\overline{(\overline{(\overline{X} \wedge Y)} \to Y)} \to (X \wedge \overline{Z})$ $(X \wedge Z) \vee (\overline{Y} \leftrightarrow Z)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(X \leftrightarrow Y) \wedge (\overline{X} \vee Z)$; $((X \to Y) \to Z) \to \overline{X}$;

4 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(\overline{X} \wedge Z) \vee (Y \to Z)$; $(X \leftrightarrow Y) \wedge (\overline{X} \vee Z)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(Z \wedge Y) \vee ((Z \to \overline{Y}) \wedge \overline{X})$; $(X \leftrightarrow Z) \to (X \wedge \overline{Y})$;

5 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \rightarrow Y)}$; $(Z \wedge Y) \vee ((Z \rightarrow \overline{Y}) \wedge \overline{X})$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$((Z \rightarrow Y) \vee \overline{X}) \rightarrow \overline{X}$; $(\overline{X} \wedge Z) \vee (Y \rightarrow Z)$;

6 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$X \rightarrow (Y \leftrightarrow Z)$; $((Z \rightarrow Y) \vee \overline{X}) \rightarrow \overline{X}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(\overline{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$; $\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \rightarrow Y)}$;

---

7 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$\overline{(X \vee (Y \leftrightarrow \overline{Z}))}$; $(\overline{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$\overline{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$; $X \rightarrow (Y \leftrightarrow Z)$;

8 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \leftrightarrow Y) \vee (\overline{Y} \wedge Z)$; $\overline{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$Y \rightarrow (\overline{X} \leftrightarrow Z)$; $\overline{X \vee (Y \leftrightarrow \overline{Z})}$;

9 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \vee (Y \to Z)) \to X$; $Y \to (\overline{X} \leftrightarrow Z)$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$\overline{(X \wedge \overline{Y}) \vee (\overline{Z} \to Y)}$; $(X \leftrightarrow Y) \vee (\overline{Y} \wedge Z)$;

10 вариант

1. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к ДНФ:

$(X \wedge Y) \vee ((X \to \overline{Y}) \wedge \overline{Z})$; $\overline{(X \wedge \overline{Y}) \vee (\overline{Z} \to Y)}$;

2. Приведите данные формулы равносильными преобразованиями к КНФ:

$(\overline{Y} \wedge \overline{Z}) \vee (X \to \overline{Z})$; $(X \vee (Y \to Z)) \to X$;

Контрольные вопросы:

1. Что такое ДНФ, КНФ?
2. Что такое формула?
3. Что такое таблица истинности?
4. Правила построения ДНФ и КНФ?
5. Логические операции над высказываниями.

Теоретические сведения и примеры решения задач:

Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) в булевой логике – нормальная форма, в которой булева формула имеет вид дизъюнкции конъюнкций литералов. Любая булева формула может быть приведена к ДНФ. Для этого можно использовать закон двойного отрицания, закон де Моргана, закон дистрибутивности. Дизъюнктивная нормальная форма удобна для автоматического доказательства теорем.

Алгоритм построения ДНФ

1) Избавиться от всех логических операций, содержащихся в формуле, заменив их основными: конъюнкцией, дизъюнкцией, отрицанием. Это можно сделать, используя равносильные формулы:

$$A \to B = \neg A \vee B$$
$$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

2) Заменить знак отрицания, относящийся ко всему выражению, знаками отрицания, относящимися к отдельным переменным высказываниям на основании формул:

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$
$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

3) Избавиться от знаков двойного отрицания.

4) Применить, если нужно, к операциям конъюнкции и дизъюнкции свойства дистрибутивности и формулы поглощения.

Пример:

Приведем к ДНФ формулу: $F = ((X \to Y) \downarrow \neg(Y \to Z))$

Выразим логические операции $\to$ и $\downarrow$ через $\vee \wedge \neg$

$F = ((\neg X \vee Y) \downarrow \neg(\neg Y \vee Z)) = \neg((\neg X \vee Y) \vee \neg(\neg Y \vee Z))$

В полученной формуле перенесем отрицание к переменным и сократим двойные отрицания:

$F = \neg((\neg X \vee Y) \vee \neg(\neg Y \vee Z)) = (\neg\neg X \wedge \neg Y) \wedge (\neg Y \vee Z) = (X \wedge \neg Y) \wedge (\neg Y \vee Z)$

Используя закон дистрибутивности, приводим формулу к ДНФ:

$F = (X \wedge \neg Y \wedge \neg Y) \vee (X \wedge \neg Y \wedge Z)$

Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) в булевой логике – нормальная форма, в которой булева формула имеет вид конъюнкции дизъюнкций литералов. Конъюнктивная нормальная форма удобна для автоматического доказательства теорем. Любая булева формула может быть приведена к КНФ. Для этого можно использовать: закон двойного отрицания, закон де Моргана, дистрибутивность.

Алгоритм построения КНФ

1) Избавиться от всех логических операций, содержащихся в формуле, заменив их основными: конъюнкцией, дизъюнкцией, отрицанием. Это можно сделать, используя равносильные формулы:

$A \to B = \neg A \vee B$

$A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

2) Заменить знак отрицания, относящийся ко всему выражению, знаками отрицания, относящимися к отдельным переменным высказываниям на основании формул:

$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

3) Избавиться от знаков двойного отрицания.

4) Применить, если нужно, к операциям конъюнкции и дизъюнкции свойства дистрибутивности и формулы поглощения.

Пример:

Приведем к КНФ формулу

$F = (X \to Y) \wedge ((\neg Y \to Z) \to \neg X)$

Преобразуем формулу F к формуле не содержащей $\to$:

$F = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg(\neg Y \to Z) \vee \neg X) = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg(\neg\neg Y \vee Z) \vee \neg X)$

В полученной формуле перенесем отрицание к переменным и сократим двойные отрицания:

$F = (\neg X \vee Y) \wedge ((\neg Y \wedge \neg Z) \vee \neg X)$

По закону дистрибутивности получим КНФ:

$F = (\neg X \vee Y) \wedge (\neg X \vee \neg Y) \wedge (\neg X \vee \neg Z)$

ПЗ №4. Тема: Представление булевой функции в виде СДНФ и СКНФ, минимальной ДНФ и КНФ.

Цель работы: овладеть навыками составления СДНФ функций алгебры логики.

Задание:
Выполните задание согласно варианту.

1 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$(\overline{A \Rightarrow B}) \Leftrightarrow (\overline{B} \wedge \overline{A})$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$((X \to Y) \to Z) \to \overline{X}$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы
$(X \leftrightarrow Y) \to (\overline{X} \vee Z)$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{xy} \Rightarrow (z \vee x)$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

2 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A\right) \Leftrightarrow (A \downarrow B)$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$(X \leftrightarrow Z) \to (X \wedge \overline{Y})$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной.
$((\overline{X} \leftrightarrow Y) \vee Z) \wedge \overline{Y}$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{x \Leftrightarrow y} \Rightarrow z$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

3 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A\right) \Leftrightarrow (A \vee B)$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$(\overline{X} \wedge Z) \vee (Y \to Z)$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы:
$\overline{(\overline{(\overline{X} \wedge Y)} \to Y)} \to (X \wedge \overline{Z})$
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{x \vee y} \Leftrightarrow z$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

4 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$(\bar{z} \vee y) \to (\bar{z} \oplus \bar{x})$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$\overline{(X \wedge Y)} \vee \overline{(Z \to Y)}$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы:
$(X \wedge Z) \vee (\overline{Y} \leftrightarrow Z)$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{x \vee y} | z$, найти СДНФ. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

5 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$(x \vee \bar{y}) \to (\bar{z} \oplus \bar{x})$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$X \to (Y \leftrightarrow Z)$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы:
$(X \leftrightarrow Y) \wedge (\overline{X} \vee Z)$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = xz \Rightarrow \overline{x \vee y}$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

6 вариант

1. найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$((x \downarrow y) \to z) \oplus y$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$\overline{X \vee (Y \leftrightarrow \overline{Z})}$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы:
$(Z \wedge Y) \vee ((Z \to \overline{Y}) \wedge \overline{X})$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{x \Leftrightarrow y} \Rightarrow z$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

7 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$((A \vee B) \wedge B) \Rightarrow A$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$(X \leftrightarrow Y) \vee (\overline{Y} \wedge Z)$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы:
$((Z \to Y) \vee \overline{X}) \to \overline{X}$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{x \vee y} \Leftrightarrow z$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

8 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$\overline{(z \to x) \leftrightarrow (y|x)}$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$(X \vee (Y \to Z)) \to X$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СКНФ для данной формулы:
$(\overline{Y} \wedge X) \vee (Z \leftrightarrow Y)$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{xy} \Rightarrow (z \vee x)$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

9 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$\left(A \vee B \wedge \overline{A}\right) \Leftrightarrow \overline{A}$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$(X \wedge Y) \vee ((X \to \overline{Y}) \wedge \overline{Z})$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$\overline{X} \wedge \overline{(Y \leftrightarrow Z)}$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = \overline{x \vee y}|z$, найти СДНФ. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

10 вариант

1. Найдите СДНФ для данной формулы с помощью таблицы истинности:
$\overline{(x|\bar{y}) \oplus (z \to \bar{x})}$
2. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной формулы:
$(X \leftrightarrow Y) \wedge (\overline{Y} \vee Z)$;
3. Применяя равносильные преобразования, найдите СДНФ для данной
$Y \to (\overline{X} \leftrightarrow Z)$;
4. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y.z) = xz \Rightarrow \overline{x \vee y}$, найти СДНФ, упростить ее. Представить функцию в виде многочлена Жегалкина.

Контрольные вопросы:

1. Что такое СДНФ, СКНФ?
2. Что такое формула?
3. Что такое таблица истинности?
4. Правила построения СДНФ, СКНФ?
5. Что такое многочлен Жегалкина?
6. Какой многочлен Жегалкина называется линейным?
7. Алгоритм представления Булевых функций в виде многочлена Жегалкина.

Теоретические сведения и примеры решения задач:

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) – это такая ДНФ, которая удовлетворяет трём условиям:

- в ней нет одинаковых элементарных конъюнкций;
- в каждой конъюнкции нет одинаковых пропозициональных букв;
- каждая элементарная конъюнкция содержит каждую пропозициональную букву из входящих в данную ДНФ пропозициональных букв, причём в одинаковом порядке.

Для любой функции алгебры логики существует своя СДНФ, причём единственная.

Пример нахождения СДНФ:

Для того, чтобы получить СДНФ функции, требуется составить её таблицу истинности.

X_1	X_2	X_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
0	1	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

В ячейках результата $f(x_1, x_2, x_3)$ отмечаются лишь те комбинации, которые приводят логическое выражение в состояние единицы. Далее рассматриваются значения переменных при которых функция равна 1. Если значение переменной равно 0, то она записывается с инверсией. Если значение переменной равно 1, то без инверсии.

Первая строка содержит 1 в указанном поле. Отмечаются значения всех четырёх переменных, это: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0$

Нулевые значения – тут все переменные представлены нулями – записываются в конечном выражении инверсией этой переменной. Первый член СДНФ рассматриваемой функции выглядит так: $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}$

Переменные второго члена: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1$

x_3 в этом случае будет представлен без инверсии: $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$

Таким образом анализируются все ячейки $f(x_1, x_2, x_3)$. Совершенная ДНФ этой функции будет дизъюнкцией всех полученных членов (элементарных конъюнкций).

Совершенная ДНФ этой функции:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$$

Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ) – это такая КНФ, которая удовлетворяет трём условиям:

- в ней нет одинаковых элементарных дизъюнкций;
- в каждой дизъюнкции нет одинаковых пропозициональных переменных;
- каждая элементарная дизъюнкция содержит каждую пропозициональную букву из входящих в данную КНФ пропозициональных букв.

Пример нахождения СКНФ:

Для того, чтобы получить СКНФ функции, требуется составить её таблицу истинности.

X_1	X_2	X_3	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

0	1	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

В ячейках строки $f(x_1, x_2, x_3)$отмечаются лишь те комбинации, которые приводят логическое выражение в состояние нуля.

Четвёртая строка содержит 0 в указанном поле. Отмечаются значения всех четырёх переменных, это: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1$

В дизъюнкцию записывается переменная без инверсии, если она в наборе равна 0, и с инверсией, если она равна 1. Первый член СКНФ рассматриваемой функции выглядит так:

$$\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}$$

Остальные члены СКНФ составляются по аналогии.

Совершенная КНФ этой функции:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3) \cdot (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

Многочленом Жегалкина называется альтернативная дизъюнкция, каждый член которой представляет собой конъюнкцию переменных или переменные, или 1. Любая функция может быть представлена многочленом (полиномом) Жегалкина и это представление единственно. Функция является линейной, если многочлен Жегалкина не содержит конъюнкции переменных.

Пример:

Записать булеву функцию $f(x, y, z) = (x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \Leftrightarrow x)$ в виде многочлена Жегалкина. Определить является ли функция линейной.

Решение:

Преобразуем равенство, используя формулы алгебры логики.

$$(x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \Leftrightarrow x)` = (x\bar{y} \oplus x \oplus \bar{y}) \rightarrow (z \oplus x \oplus 1) =$$

$$= (x\bar{y} \oplus x \oplus \bar{y})(z \oplus x \oplus 1) \oplus (x\bar{y} \oplus x \oplus \bar{y}) \oplus 1 =$$

$$= x\bar{y}z \oplus x\bar{y}x \oplus x\bar{y} \oplus xz \oplus x \oplus x \oplus \bar{y}z \oplus \bar{y}x \oplus \bar{y} \oplus x\bar{y} \oplus x \oplus$$

$$\oplus \bar{y} \oplus 1 = xz(y \oplus 1) \oplus x\bar{y} \oplus x\bar{y} \oplus xz \oplus (y \oplus 1)z \oplus \bar{y} \oplus x \oplus$$

$$\oplus \bar{y} \oplus 1 = xyz \oplus xz \oplus xz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1 = xyz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1$$

Функция не является линейной, т.к. многочлен Жегалкина содержит конъюнкции переменных.

Многочлен Жегалкина, соответствующий данной функции:

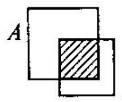
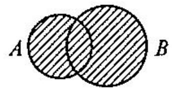
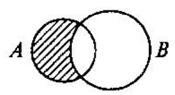
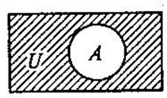
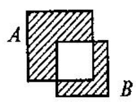
$$f(x;y;z) = xyz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1$$

ПЗ №5. Тема: Множества и основные операции над ними.

Цель: Научить выполнять основные операции над множествами и изображать их кругами Эйлера. Решать задачи с помощью теории множеств.

Теоретическая справка.

Основные операции над множествами

Название операции	Обозначение	Изображение кругами Эйлера	Определение	Символическая запись
Пересечение множеств	$A \cap B$		Те и только те элементы, которые принадлежат *одновременно* A и B	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$
Объединение множеств	$A \cup B$		Те и только те элементы, которые принадлежат *хотя бы одному* из множеств A и B	$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$
Разность множеств	$A \backslash B$		Те и только те элементы множества A, которые *не* принадлежат B	$A \backslash B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$
Дополнение к множеству A	$\overline{A} = A' = U \backslash A$		Те и только те элементы, которые *не* принадлежат множеству A (т.е. дополняют его до универсального U)	$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\} = U \backslash A$
Симметрическая разность	$A \Delta B$		Те и только те элементы, которые принадлежат одному из множеств: *A либо B*, но не являются общими элементами	$A \Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A) = (A \cup B) \backslash (A \cap B)$

II. Решение задач:

1. Заданы множества

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$,

$B = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$,

$C = \{2; 3\}$.

Выполнить следующие действия и показать решение кругами Эйлера:

а) $A \cap C$

б) $(A \backslash B) \cup C$

в) $A \Delta C$

г) $A \backslash C$

д) $C \backslash A$

е) $(A \cap B) \Delta C$

2. На множестве U всех букв русского алфавита заданы множества:

$A = \{В; Е; С; Н; А\}$, $B = \{А; П; Р; Е; Л; Ь\}$, $C = \{С; О; Л; Н; Ц; Е\}$

Найти и изобразить кругами Эйлера множества:

а) $(B \cap C) \backslash A$

б) $U \backslash (A \cap B \cap C)$

3. Используя круги Эйлера докажите следующие равенства:

1) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$;

2) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$;

3) $\overline{(\overline{A} \cup B)} = A \cup \overline{B}$;

4) $\overline{(A \cup \overline{B})} = \overline{A} \cap B$;

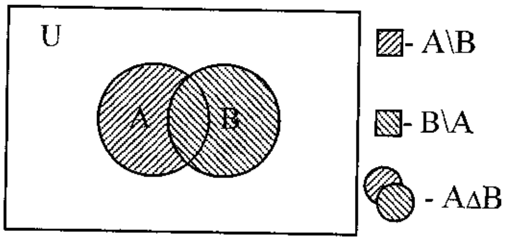
5) AΔB=BΔA

6)(AΔB)ΔB=A;

Указание. При доказательстве равенств целесообразно делать отдельные изображения для левой и правой частей равенства

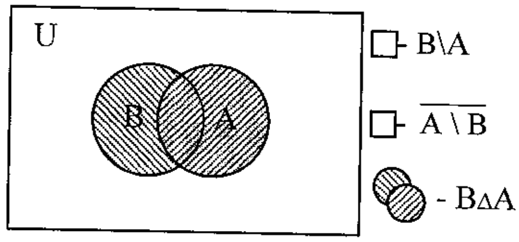
(5) $A \Delta B$

$(A \backslash B) \cup (B \backslash A)$



$B \Delta A$

$(B \backslash A) \cup (A \backslash B)$



4. Составьте не менее семи слов, буквы которых образуют подмножества множества А ={к,а,р,у,с,е,л,ь}.

5. Пусть А - это множество натуральных чисел, делящихся на 2, а В - множество натуральных чисел, делящихся на 4. Какое из множеств является подмножеством другого? Изобразите множества А и В кругами Эйлера.

6. В классе 30 учащихся, 16 из них занимаются музыкой, 17 увлекаются теннисом, а 10 занимаются и музыкой, и теннисом. Есть ли в классе ученики, равнодушные и к музыке, и к теннису, и если есть, то сколько их?

Решение.

Пусть имеется два конечных множества А и В. Тогда:

$$\mathbf{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)\ (1)}$$

В нашем случае А — множество учащихся, интересующихся музыкой, и $n(A) = 16$, В— множество учащихся, интересующихся теннисом, и $n(B) = 17$, $n(A \cap B) = 10$, и тогда по полученной формуле $n(A \cup B)=16+17-10=23$.

Тогда равнодушных учеников 30-23=7.

Ответ: 7 учащихся.

7. На вступительном экзамене по математике были предложены три задачи: по алгебре, планиметрии и стереометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили 800, по планиметрии — 700, а по стереометрии — 600 абитуриентов. При этом задачи по алгебре и планиметрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и стереометрии — 500, по планиметрии и стереометрии — 400. Все три задачи решили 300 абитуриентов. Существуют ли абитуриенты, не решившие ни одной задачи, и если да, то сколько их?

Решение.

Пусть U — множество всех абитуриентов, А —. множество абитуриентов, решивших задачу по алгебре, В — множество абитуриентов, решивших задачу по планиметрии, С — множество абитуриентов, решивших задачу по стереометрии. По условию $n(U) =1000$, $n(A) = 800$, $n(B)=700$, $n(C)=600$, $n(A \cap B)= 600$, $n(A \cap C) = 500$, $n(B \cap C) = 400$, $n(A \cap B \cap C) =300$. В множество $A \cap B \cap C$ включены все абитуриенты, решившие хотя бы одну задачу. По формуле

$\mathbf{n(A \cup B \cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-(n(A \cap B)+n(A \cap C)+n(B \cap C))+n(A \cap B \cap C)}$ (2) имеем:

$$n(A \cup B \cup C) = 800 + 700 + 600 - 600 - 500 - 400 + 300 =900.$$

Отсюда следует, что не все поступающие решили хотя бы одну задачу. Ни одной задачи не решили

$n(U) - n(A \cup B \cup C)=1000 - 900=100$ (абитуриентов).

Ответ: 100 абитуриентов.

8. В группе из 100 туристов 70 человек знают английский язык, 45 знают французский язык и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?

9. Из 35 сотрудников фирмы, каждый из которых владеет хотя бы одним иностранным языком, 25 человек знают английский язык, 15 человек – греческий язык, 20 человек – французский язык, 15 человек знают английский и французский языки, 6 – греческий и французский языки и 10 – греческий и английский языки. Сколько сотрудников фирмы знают:

а) все 3 языка;

б) только греческий и французский языки.

10. 12 студентов группы любят читать детективы, 18 -фантастику, трое с удовольствием читают и то, и другое, а один вообще ничего не читает. Сколько студентов в нашей группе?

11. Преподаватель решил узнать, кто из 40 студентов читал книги А, В и С. Результаты опроса оказались таковы: книгу А читало 25 человек, книгу В – 22, книгу С – также 22. Книгу А или В читали 33 студента, А или С – 32, В или С – 31; все три книги прочли 10 студентов. Сколько студентов прочли только по одной книге? Сколько студентов не читали ни одной из этих трех книг?

12. Укажите множество действительных чисел, соответствующих записи.

а) $A=\{x|3x-2>0\}$ б) $B=\{x|x^2+x+1>0\}$ г) $C=\{x|x^2-5x+6=0\}$

III. Аудиторная самостоятельная работа.

IV. Внеаудиторная самостоятельная работа:

1. Из 40 студенток 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько студенток умеют плавать и играть в шахматы?

2. В юридической фирме работают 3 адвоката. Проверка документации показала, что над каждым делом в августе работало ровно 2 адвоката. Известно, что 1-й работал над 45-ю делами, 2-й — над 85-ю, а 3-й над 70-ю делами. Сколько дел вела фирма в августе?

3. Заданы множества:

$A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$, $B=\{3;4;5;6;7;8;9\}$, $C=\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$, $D=\{2;3;4;5;6\}$.

Выполнить действия и определить мощность множества.

а) $(A\cap B)\cup(C\cap D)$;

б) $A\cup(B\cap D)$;

в) $A\cap B\cup C$;

г) $(A\Delta C)\setminus C$;

д) $A\setminus B\Delta C$;

е) $(B\setminus C)\cup A$.

4. Найти разности A\B и B\A множеств A и B, если:
1) $A=\{1; 2; 3; ...; 10\}$, $B=\{5; 6; ...; 12\}$;
2) A - множество натуральных делителей числа 18; B - множество натуральных делителей 24;
3) A - множество правильных многоугольников, B - множество прямоугольников;
4) $A=\{x \mid x \in R, 2 \le x \le 6\}$, $B=\{x \mid x \in R, 3 \le x \le 7\}$;
5) $A=\{x \mid x \in R, 1 < x \le 4\}$, $B=\{x \mid x \in R, 2 < x \le 8\}$;
6) $A=\{x \mid x \in R, 0 < x < 2\}$, $B=\{x \mid x \in R, 1 < x \le 3\}$;
7) $A=\{x \mid x \in R, -2 < x < 3\}$, $B=\{x \mid x \in R, 0 < x < 5\}$;
8) $A=\{x \mid x \in R, -\infty < x \le 2\}$, $B=\{x \mid x \in R, 1 \le x < 5\}$;
9) $A=\{x \mid x \in R, -\infty < x < 5\}$, $B=\{x \mid x \in R, 0 < x \le 6\}$;
10) $A=[3; 5]$, $B=[4; 8]$;
11) $A=(3; 6)$, $B=(4; 8]$;
12) $A=(3; 8)$, $B=(2; 9]$;
13) $A=(-2; 1)$, $B=[0; 3)$;
14) $A=N$, $B=[0; 4]$;
15) $A=(0; 2)$, $B=N$;

Указание. Для решения целесообразно использовать числовую прямую.

5. Найти симметрическую разность множеств A и B, если:
1) $A=\{-5; -4; ... ; 10\}$, $B=\{3; 4; ...; 15\}$;
2) $A=[0; 4]$, $B=(-2; 3]$;
3) $A=[0; 4]$, $B=(1; 4]$;
4) $A=[1; 5]$, $B=(1; 3]$;
5) $A=(0; 1)$, $B=(2; 4]$;
6) $A=(-\infty;2]$, $B=[5; +\infty)$.

6. Пусть даны множества A, B, C и $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ - дополнения соответствующих множеств A, B, C до универсального множества U. Изобразите при помощи кругов Эйлера следующие множества: ($A \cap B \cap C \neq \varnothing$):

1) $\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) \cap C$; 7) $\left(B \setminus \overline{C}\right) \cup A$;

2) $\left(A \cup \overline{B}\right) \cap \overline{C}$; 8) $\overline{A \cap B \cap C}$;

3) $(A \setminus B) \cap C$; 9) $(A \cup B) \setminus \overline{C}$;

4) $\left(\overline{A \cup B}\right) \cap C$; 10) $\left(\overline{B \setminus A}\right) \cap \overline{C}$;

5) $\overline{A} \setminus (B \cap C)$; 11) $\left(B \cup \overline{C}\right) \setminus A$;

6) $\left(\overline{A \setminus C}\right) \cup B$; 12) $\overline{A \cup B \cup C}$.

Указание. Изобразить на кругах Эйлера искомые множества целесообразно в следующем порядке: (6) $\left(\overline{A \setminus C}\right) \cup B$:
- штрихуем разность A\C;
- другим рисунком штрихуем дополнение $\left(\overline{A \setminus C}\right)$;
- новым рисунком штрихуем объединение $\left(\overline{A \setminus C}\right) \cup B$; (обводим контуром)

Контрольные вопросы

1. Объясните понятие множества. Приведите примеры множеств. Как обозначаются множества и их элементы?
2. Какие существуют способы задания множеств?
3. Как обозначается принадлежность элемента множеству и не принадлежность?
4. Какие существуют отношения между двумя множествами?
5. Перечислите операции над множествами с приведением соответствующих диаграмм Эйлера – Венна.
6. Запишите формулы количества элементов в объединении двух и трех множеств.

ПЗ №6. Тема: Графическое изображение множеств на диаграммах Эйлера-Венна.

Цель работы: изучить операции над множествами.

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Компьютерные программы: компьютерные программы не используются

Содержание работы:

Основные понятия.

1 Множество - это совокупность, класс отличающихся друг от друга объектов, объединенных каким-либо общим свойством. Объекты, входящие в эту совокупность, называются элементами множества.

2 Существует два основных способа задания неупорядоченных множеств:

а) перечисление всех его элементов;

б) описание характеристического (общего) свойства его элементов

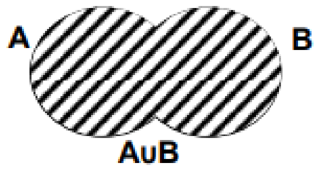
3 Множество, не содержащее элементов, называют пустым и обозначают $\varnothing$.

4 Если каждый элемент множества A принадлежит множеству B, то A называют подмножеством множества B. Обозначения: $A \subseteq B$ (A принадлежит B, A включено в B, A содержится в B и т.д.), $B \supseteq A$ (B включает A, B содержит A и т.д.).

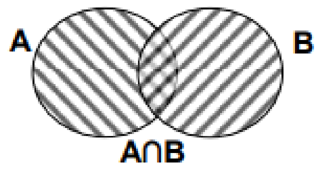
5 Если $A \subseteq B$ и существует хотя бы один элемент множества B, не принадлежащий множеству A, то A – собственная часть B, т.е. A строго включается в B. Обозначение: $A \subset B$.

6 Множества A и B называются равными, если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$. Обозначение: $A = B$.

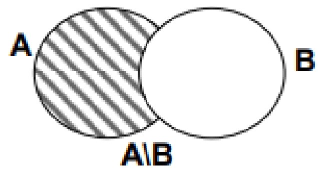
7 Объединением (суммой множеств A и B называется множество, обозначаемое через $A \cup B$, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A или B. Краткая запись: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера – Венна:



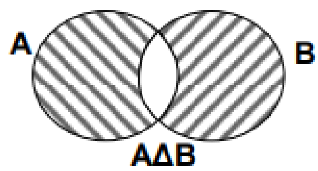
8 Пересечением (произведением) множеств A и B называется множество, обозначаемое через $A \cap B$ и состоящее из тех и только из тех элементов, которые принадлежат множеству A и множеству B. Краткая запись: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера-Венна:



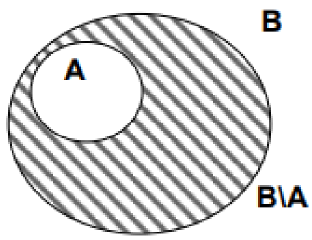
9 Разностью множеств A и B называется множество, обозначаемое через A\B и состоящее из тех и только из тех элементов, которые принадлежат A и не принадлежат B. Краткая запись: $A \backslash B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера- Венна



10 Симметрической разностью множеств A и B называется множество, обозначаемое $A \Delta B$ и состоящее из тех и только из тех элементов, которые принадлежат A\B или B\A. Краткая запись: $A \Delta B = \{x \mid x \in A \backslash B \text{ или } x \in B \backslash A\}$. Соответствующая диаграмма Эйлера- Венна:



11 Если множество $A \subseteq B$, то разность B\A называется дополнением множества A до множества B. Соответствующая диаграмма Эйлера- Венна:



12 Если I – универсальное множество и $A \subseteq I$, то разность I\A называется дополнением множества A до множества I и обозначается $\overline{A}$. Краткая запись: $\overline{A} = \{x \mid x \in I \text{ и } x \notin A\}$.

13 Множество всех подмножеств множества A называется булеаном и обозначается 2^A : $2^A = \{B \mid B \subseteq A\}$.

14 Мощностью конечного множества A называют число его элементов и обозначают $|A|$. Если $|A| = n$, то $|2^A| = 2^n$

15 Свойства операций над множествами:

Для любых $A, B, C \subseteq U$ справедливы соотношения:

– идемпотентность: $A \cup A = A$; $A \cap A = A$;

– коммутативность: $A \cup B = B \cup A$; $A \cap B = B \cap A$;

– ассоциативность: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$; $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

– дистрибутивность: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$; $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup \cup (A \cap C)$;

– законы поглощения: $(A \cup B) \cap A = A$; $(A \cap B) \cup A = A$;

– свойства нуля: $A \cup \varnothing = A$; $A \cap \varnothing = \varnothing$; $\overline{\varnothing} = I$;

– свойства единицы: $A \cup I = I$; $A \cap I = A$; $\overline{I} = \varnothing$;

– двойное дополнение: $\overline{\overline{A}} = A$;

– законы де Моргана: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$; $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$;

– свойства дополнения: $A \cup \overline{A} = I$; $A \cap \overline{A} = \varnothing$.

16 Декартовым (прямым) произведением множеств $A_1,...,A_n$ называется множество $A_1 \times A_2 \times ... \times A_n = \{(a_1;a_2;...a_n) | a_1 \in A_1;...a_n \in A_n\}$

17 Мощность декартова произведения находится по формуле:

$|A_1 \times A_2 \times ... \times A_n| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot ... \cdot |A_n|$

Задания

1 Даны множества A, B, C, D. Найдите множества X и У. Составьте диаграммы Венна

2 Проверить с помощью диаграмм Эйлера-Венна:

а) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$;

б) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$;

в) $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

3 Дано универсальное множество I = {-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6}, числовой промежуток X и уравнение. Найти:

а) множество целых чисел А, принадлежащих промежутку X, множество корней заданного уравнения В и декартово произведение А×В;

б) множества A∪B; A∩B; A\B; B\A; AΔB; $\overline{A}$; $\overline{B}$;

в) множество всех подмножеств 2^A и его мощность в) множество всех подмножеств 2^A и его мощность

Примеры выполнения:

Задание 1

Исходные данные:

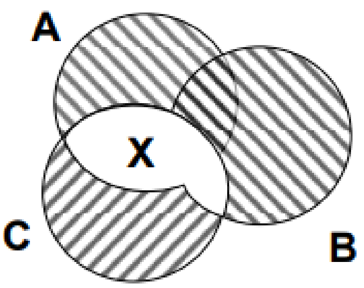
A={a, e, f, j, k}, *B={f, i, j, l, y}*, *C={j, k, l, y}*, *D={i, j, s, t, u, y, z}*. $X=(A\cap C)\cup(B\cap C)$ и $Y=(A\cap\overline{B})\cup(D\setminus C)$

Решение:

1 Определим элементы множества $X=(A\cap C)\cup(B\cap C)$. Для этого найдем сначала пересечение множеств $(A\cap C)$. Элементы *j* и *к* одновременно принадлежат множеству А и С, следовательно, $(A\cap C)$ = *{ j , к }* . Аналогично, $(B\cap C)$ = *{j, l, y}* . Таким образом, объединение $(A\cap C)\cup(B\cap C)$ = *{j, k, l, y}* .

Для построения диаграммы Венна рассмотрим, как связаны между собой множества А, В и С; в примере все три множества пересекаются между собой:

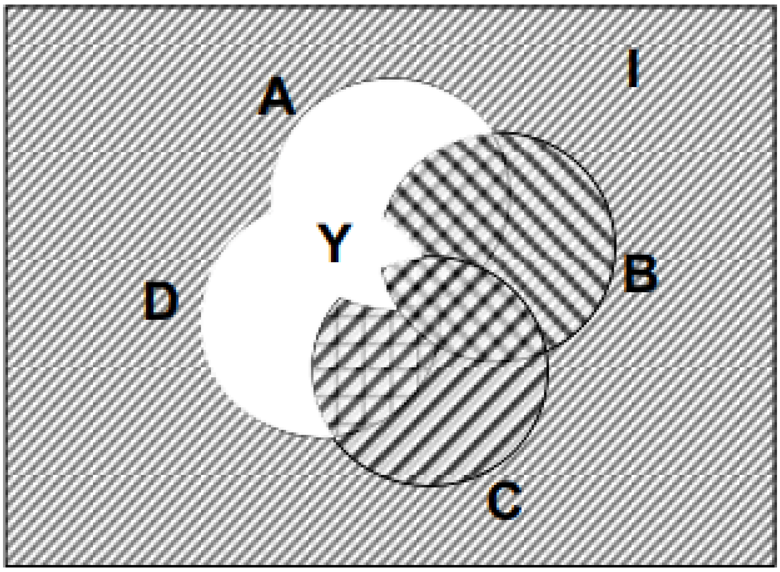
$(A\cap B)$=*{f; j}*; $(A\cap C)$=*{j; k}*; $(B\cap C)$=*{j; l; y}*; $(A\cap B\cap C)$=*{j}*



2 Определим элементы множества $Y=(A\cap\overline{B})\cup(D\setminus C)$. Найдем дополнение В . Универсальное множество по условию задания состоит их 26 букв *{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y,z}*. Если отсюда исключить 5 элементов множества В, то получим множество $\overline{B}$ из 21 элемента *{a, b, c, d, e, g, h, k, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, z}*. Пересечение множеств $(A\cap\overline{B})$ состоит из элементов *{a, e, к}*, т.е. всех элементов множества А, которые не принадлежат В. Для нахождения разности множеств D\C вычеркнем нз множества *D={i, j, s, t, u, y, z}* элементы *{j,y}*, принадлежащие *C={j, k, l, y}*. Получим D\C=*{i, s, t, u, z}*. В итоге $Y=(A\cap\overline{B})\cup(D\setminus C)$=*{a, e, i, k, s, t, u, z}*

Строим диаграмму Венна:

$(A\cap B)$=*{f; j}*; $(A\cap C)$=*{j; k}*;$(A\cap D)$=*{j}*; $(B\cap C)$=*{j; l; y}*;$(B\cap D)$=*{i; j; y}*; $(C\cap D)$=*{j; y}*;$(A\cap B\cap C\cap D)$=*{j}*



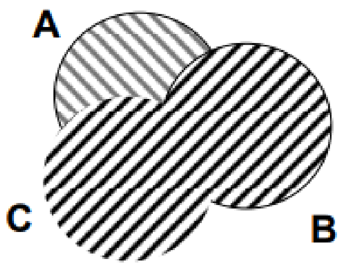
Задание 2

Исходные данные:

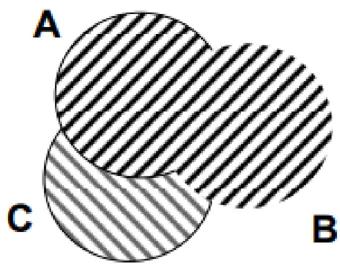
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Решение:

1 Построим диаграмму для левой части равенства:



2 Построим диаграмму для правой части равенства:



3 Получили одну и ту же область:

Задание 3

Исходные данные:

$X = (-3;\ 0];\ (x+2)(x^2-2x-3)=0$

Решение:

а) Решим уравнение: $x_1 = -2$;

$x^2-2x-3=0$

$\sqrt{D}=\sqrt{4+12}=\sqrt{16}=4$

$x_{2,3}=\dfrac{2\pm4}{2};\quad x_2=3;\quad x_3=-1$

A = {-2; -1; 0}; B = {-2; -1; 3};

A×B = {(-2; -2); (-2; -1); (-2; 3); (-1; -2); (-1; -1); (-1; 3); (0; -2); (0; -1); (0; 3)}

б) $A\cup B$ = {-2; -1; 0; 3}; $A\cap B$ = {-2; -1}; A\B = {0}; B\A = {3};

$A\Delta B$ = {0; 3}; $\overline{A}$ = {-3; 1; 2; 3; 4; 5; 6}; $\overline{B}$ = {-3; 0; 1; 2; 4; 5; 6}

в) 2^A = {{ Ø}; {-2}; {-1}; {0}; {-2; -1}; {-2; 0};{-1; 0}; {-2; -1; 0}};

$|2^A| = 8$

Задания к практической работе.

Задание 1

1	A={b, e, f, k, t}; B={f, i, j, p, y}; C={j, k, l, y}; D={i, j, s, t, u, y, z}; $X=(A\cap C)\cup(B\cap C)$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(D\setminus C)$	2	A={b, c, h, I, j}; B={e, h, I, s, w}; C={a, b, j, k, l, m}; D={a, h, I, w, x}; $X=(A\setminus C)\cap\overline{B}$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(C\setminus D)$

3	A={a, h, m, o, r}; B={j, k, o, u, y}; C={g, h, j}; D={g, j, q}; $X=(A\cap C)\cup(D\cap B)$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(D\setminus C)$	4	A={a, b, h, j, l}; B={b, c, h, l, r, v}; C={j, k, n, t, z}; D={b, i, k, v, w}; $X=(A\cup B)\cap C$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$
5	A={c, e, h, n}; B={e, f, k, n, x}; C={b, c, h, p, r, s}; D={b, e, g}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cup D)$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(C\setminus D)$	6	A={a, d, k, l, o, s}; B={d, e, k, s, u, x}; C={o, p, w}; D={d, n, r, y, z}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cap D)$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$

7	A={b, f, g, m, o}; B={b, g, h, l, u}; C={e, f, m}; D={e, g, l, p, q, u, v}; $X=(A\cap C)\cup B$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(C\setminus D)$	8	A={a, f, I, n, o}; B={f, g, o, p, z}; C={i, j, u, w}; D={f, h, n, t, u, y, z}; $X=(A\cap B)\cup C$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$
9	A={a, e, f, i}; B={a, b, k, n}; C={e, f, n, o, w, x}; D={a,d,e,o,p,t,u}; $X=(A\cup B)\cap D$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$	10	A={a, b, h, k, o, r}; B={b, g, h, l, s}; C={k, l, z}; D={g, j, p, q, u, v}; $X=(A\cap C)\cup B$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$
11	A={a, h, k}; B={c, d, h, p, r}; C={h, i, s}; D={c, g, j, v, w}; $X=(A\cup B)\cap C$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$	12	A={b, k, n, o, q}; B={a, b, k, u}; C={o, p}; D={a, m, n, y, z}; $X=(A\cup B)\cap D$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$

13	A={a, b, g, k, m, p}; B={b, e, f, l, r}; C={k, l, w, x}; D={e, j, o, p, q, u, v}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cup D)$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$	14	A={b, e, g, h, k, s}; B={c, g, p, q}; C={f, g, s, x, y, z}; D={a, c, d, ,g, u, v, z}; $X=(A\cup B)\cap C$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$

15	A={c, m, n, o, q}; B={c, d, m, w}; C={m, n, q}; D={c, m, p}; $X=(A\cup B)\cap C$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(C\setminus D)$	16	A={b, d, f, g, l, u}; B={d, e, f, m, n, z}; C={h, i, r, x, y}; D={a, e, f, k, r, s, x}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cup D)$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$
17	A={b, d, l, p}; B={b, d, e, l, p, x} C={k, l, p, t}; D={d, k, o, p, q, u, v}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cap D)$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(C\setminus D)$	18	A={b, c, g, I, w}; B={e, g, h, q, w}; C={c, d, k, l, y}; D={a, g, h, u, v, z}; $X=(A\cap C)\cup B$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$

19	A={a, b, f, g, i}; B={c, f, g, i, s, v}; C={a, g, h, i}; D={f, w, x}; $X=(A\cap B)\cup C$; $Y=(A\cap\overline{B})\cup(C\setminus D)$	20	A={c, g, h, k, y}; B={a, b, k, n, u}; C={i, j, o, y, z}; D={a, b, f, g, y, z}; $X=(A\cup B)\cap D$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(\overline{C}\setminus\overline{B})$
21	A={c, g, h, i, j}; B={c, d, i, o, s}; C={i, j, r, z}; D={ b, c, f, i, w, x}; $X=(A\cup B)\cap C$; $Y=(A\setminus D)\cup(\overline{C}\setminus\overline{B})$	22	A={b, d, j, n, t, v}; B={f, g, j, r, t, x}; C={o, p, x}; D={a, f, m, s, x, y}; $X=(A\cap B)\cup C$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$
23	A={c, f, g, k}; B={e, f, g, m, q}; C={h, i, r, w, x}; D={b, e, j, u, v, z}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cup D)$; $Y=(A\setminus D)\cup(\overline{C}\setminus\overline{B})$	24	A={a, b, d, I, x}; B={d, e, h, i, n, u}; C={e, f, m, n}; D={a, c, h, k, r, s, w, x}; $X=(A\setminus C)\cap\overline{B}$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$
25	A={a, e, g, o, p}; B={e, h, i, o, u}; C={g, h, p, s, t, w}; D={f, h, n, s, t, x, y}; $X=(A\setminus C)\cap\overline{B}$; $Y=(\overline{A}\cap\overline{B})\setminus(C\cup D)$	26	A={c, d, k, l, m, z}; B={b, c, d, n, w}; C={ m, n, y}; D={b, j, l, r, s, w, x}; $X=(A\cup D)\cap C$; $Y=(A\setminus D)\cup(\overline{C}\setminus\overline{B})$
27	A={a, b, c, d, e, r}; B={b, c, d, f, n, y}; C={b, c, h, k, l, s}; D={a, b, r, s, w, x}; $X=(A\cup D)\cap C$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$	28	A={c, f, h, l, o}; B={d, e, f, p, w}; C={ j, k}; D={b, d, g, k, t, u, y, z}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cap D)$; $Y=(A\setminus D)\cup(\overline{C}\setminus\overline{B})$

29	A={a, b, c, e, t}; B={b, c, d, e, m, u}; C={b, c, f, g, h, u}; D={a, d, q, r, v, w}; $X=(A\setminus B)\cap(C\cap D)$; $Y=(\overline{A}\cap D)\cup(C\setminus B)$	30	A={b, c, h, o}; B={d, f, g, o, v, y}; C={d, e, j, k}; D={a, b, f, g}; $X=(A\cap B)\cup C$; $Y=(A\setminus D)\cup(\overline{C}\setminus\overline{B})$

Задание 3

№	X	уравнение	№	X	уравнение
1	[– 3; 0)	$(x+1)(x^2-4x)=0$;	2	[– 2; 0)	$(x^2+x)(x-5)=0$;
3	(– 2; 1]	$(x-1)^2(x^2-3x)=0$;	4	[– 2; 0)	$(x+2)(x^2-4x+3)=0$;
5	(– 1; 2]	$x^3(x^2-8x+12)=0$;	6	(0; 3]	$(x-2)(x^2-1)=0$
7	[0; 2]	$x(x^2+2x-3)=0$	8	(1; 4]	$(x^2-x)(x-2)=0$

7	[0; 2]	$x(x^2+2x-3)=0$	8	(1; 4]	$(x^2-x)(x-2)=0$
9	[1; 3]	$(x-2)(x^2-9x+18)=0$	10	[2; 4]	$(x^2-4)(x-4)=0$
11	(2; 5]	$(x+2)(x^2-9x+20)=0$	12	[0; 2)	$(x+1)(x^2-x)=0$
13	(3; 6]	$(x+1)(x^2-11x+30)=0$	14	(–1; 3)	$(x-1)(x^2-3x)=0$
15	[3; 5]	$(x^2-9)(x-5)=0$	16	[1; 4)	$x(x^2-4x+3)=0$
17	[4; 6]	$(x^2-1)(x-5)=0$	18	(0; 4)	$(x-2)(x^2-9x+18)=0$
19	[3; 6)	$(x^2-4)(x-4)=0$	20	(1; 5)	$(x^2-9)(x-4)=0$
21	(–3; 0]	$(x+2)(x^2-4x)=0$	22	[2; 5)	$(x^2-4)(x-3)=0$
23	(–2; 1]	$(x-2)(x^2-x)=0$	24	[3; 6)	$(x-5)(x^2-x)=0$
25	[–2; 1)	$x(x^2-8x+12)=0$	26	(2; 6)	$(x+1)(x^2-9x+20)=0$
27	(–1; 2]	$(x-2)(x^2-1)=0$	28	(3; 6)	$(x-4)(x^2-11x+30)=0$
29	[–1; 2)	$(x^2-x)(x-3)=0$	30	(3; 6]	$(x-2)(x^2-16)=0$

Порядок выполнения задания, методические указания: - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать: основные понятия, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ; вывод по работе

Контрольные вопросы:

1 Что такое множество?

2 Что такое элемент множества?

3 Способы задания множества

4 Что такое подмножество?

5 Какие множества называются равными?

6 Что такое пересечение множеств?

7 Что называется объединением множеств?

8 Что называется разностью множеств?

9 Что называется симметрической разностью множеств?

10 Что называется дополнением?

11 Что такое пустое множество?

12 Что называется дополнением множества?

13 Что такое булеан?

14 Мощность множества

15 Свойства операций над множествами

16 Декартово произведение множеств

17 Мощность декартова произведения

Литература:

1 Горбатов В. А. Дискретная математика: учебник для вузов / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова . - М. : АСТ, 2003. - 447 с. : рис., табл. - (Высшая школа). - Библиогр.: с.441-444.

2 Новиков Ф. А. Дискретная математика: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - СПб : Питер, 2007. - 364 с.

3 Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. - М. : Техносфера, 2005. - 400 с.

4 Осипова В.А. Основы дискретной математики/В.А.Осипова – М.: ФОРУМ: ИНФА-М, 2012. – 160 с.

5 http://visit-smolensk.ru/

6 http://dm-learning.livejournal.com

7 http://www.poezija1.narod.ru

8 http://www.algebraic.ru

9 http://www.math4you.ru/theory/main-concept/set

ПЗ №7. Тема: Нахождение области определения и истинности предиката.

Цель работы: научиться навешивать кванторы на предикаты и определять логические значения этих высказываний

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение): методические рекомендации к выполнению работы; задание и инструкционная карта для проведения практического занятия

Компьютерные программы: компьютерные программы не используются

Содержание работы.

Основные понятия.

1 Предикатом называется предложение, содержащее одну или несколько переменных, при подстановке в которые конкретных значений, предложение обращается в высказывание. В предикатах переменные могут присутствовать явно или неявно, т.е. подразумеваться по смыслу.

2 Областью определения предиката называется множество, элементы которого могут быть подставлены в предикат.

3 Множеством истинности предиката вызывается множество, элементы которого подставленные в предикат, обращают его в истинное высказывание.

4 Предикаты могут быть простыми и составными. Составные предикаты образуются из простых предикатов с помощью логических связок по правилам алгебры логики.

5 Из двух предикатов можно образовать новый предикат, который часто называется высказывательной формой.

6 Одноместный предикат принято называть свойством (предикат – свойство).

7 Двуместный, трехместный, … , n-местный предикат называют отношением (предикат – отношение)

8 Нульместный предикат называется высказыванием.

9 Тождественно – истинным называется предикат, который принимает истинное значение на всей области определения (множество истинности совпадает с областью определения)

10 Тождественно – ложным называется предикат, который принимает ложное значение на всей области определения (множество истинности пустое).

11 Пусть даны два предиката, определенные на одном множестве. Высказывательные формы Q и G назовем равносильными, если при любом наборе значений переменных, входящих в них, высказывательные формы принимают одинаковые значения истинности

12 Отношение равносильности высказывательных форм рефлексивно и симметрично

13 Кванто́р — общее название для логических операций, ограничивающих область истинности какого-либо предиката и создающих высказывание

14 Различают два вида кванторов: квантор общности и квантор существования

15 *Квантор общности* – соответствует словам: *любой, всякий, каждый* и иными словам такого смысла. Обозначается символом $\forall$

16 *Квантор существования* - соответствует словам: *существует, найдется, хотя бы один* и иными словам такого смысла. Обозначается символом $\exists$

Задания

1 Навесить кванторы $\forall$ **и** $\exists$ на одноместный предикат P(x) и построить отрицание к предикату.

2 Навесить кванторы $\forall$ **и** $\exists$ на двуместный предикат P(x, y) и построить отрицание к предикату.

3 Навесить кванторы $\forall$ **и** $\exists$ на трехместный предикат P(x, y, z) и построить отрицание к предикату.

Пример выполнения:

Задание 1

Исходные данные:

$$P(x)="\sin x = 0,\ x \in R"$$

Решение

$$\overline{P(x)}="\sin x \neq 0,\ x \in R"$$
$$\forall x P(x)\ a="\forall x \in R \mid \sin x = 0";\hat{a}=0$$
$$\exists x P(x)\ b="\exists x \in R \mid \sin x = 0";\hat{b}=1$$

Задание 2

Исходные данные:

$$P(x,y)="x\ \textit{делится без остатка на}\ y,\ x,y \in R"$$

Решение

$\overline{P(x,y)}$="*x не делится без остатка на y; x, y* $\in R$"

$\forall x \forall y P(x,y)$ a ="$\forall x \in R, \forall y \in R \mid$ *x делится без остатка на y*"; $\hat{a} = 0$

$\exists x \exists y P(x,y)$ c ="$\exists x \in R, \exists y \in R \mid$ *x делится без остатка на y*"; $\hat{c} = 1$

$\forall x \exists y P(x,y)$ e ="$\forall x \in R, \exists y \in R \mid$ *x делится без остатка на y*"; $\hat{e} = 1$

$\exists x \forall y P(x,y)$ g ="$\exists x \in R, \forall y \in R \mid$ *x делится без остатка на y*"; $\hat{g} = 1$

Задания к практической работе.

Задание 1

1 P(x) = «x делится без остатка на 3, $x \in R$»	2 P(x) = «$x \le 3$, $x \in R$»
3 P(x) = «$x^2 = 16$, $x \in R$»	4 P(x) = «cos x = 0, $x \in R$»
5 P(x) = «cos x = 1, $x \in R$»	6 P(x) = «sin x = 1, $x \in R$»
7 P(x) = «tg x = 0, $x \in R$»	8 P(x) = «tg x = 1, $x \in R$»
9 P(x) = «$x^2 > 0$, $x \in R$»	10 P(x) = «$x^2 < 16$, $x \in R$»
11 P(x) = «x – делитель 16, $x \in R$»	12 P(x) = «x – кратное 5, $x \in R$»
13 P(x) = «$x^3 < 0$, $x \in R$»	14 P(x) = «$x^3 > 0$, $x \in R$»
15 P(x) = «tg x не существует, $x \in R$»	16 P(x) = «cos x не существует, $x \in R$»
17 P(x) = «sin x не существует, $x \in R$»	18 P(x) = «ctg x не существует, $x \in R$»
19 P(x) = «$e^x > 0$, $x \in R$»	20 P(x) = «$e^x < 0$, $x \in R$»
21 P(x) = «lnx > 0, $x \in R$»	22 P(x) = «lnx < 0, $x \in R$»
23 P(x) = «lnx не существует, $x \in R$»	24 P(x) = «cos x > 1, $x \in R$»
25 P(x) = «sin x > 1, $x \in R$»	26 P(x) = «tg x > 1, $x \in R$»
27 P(x) = «ctg x > 1, $x \in R$»	28 P(x) = «$x^4 > 0$, $x \in R$»
29 P(x) = «$x^4 < 0$, $x \in R$»	30 P(x) = «x^4 не существует, $x \in R$»

Задание 2

1 P(x, y) = «x < 2y; x, $y \in R$»	2 P(x, y) = «$x^2 + y^2 = 0$; x,$y \in R$»
3 P(x, y) = «$x^2 + y^2 \ge 0$; x,$y \in R$»	4 P(x, y) = «$5x^2 + 3y^2 = 0$; x,$y \in R$»
5 P(x, y) = «$\cos^2 x + \sin^2 y = 1$; x,$y \in R$»	6 P(x, y) = «sin (x + y) = 1; x, $y \in R$»
7 P(x, y) = «tg x = sin y; x, $y \in R$»	8 P(x, y) = «tg x = cos y, $x \in R$»

9 $P(x, y)$ = «$x^2 - y^2 = 0$; $x, y \in R$»	10 $P(x, y)$ = «$x^2 - y > 0$; $x, y \in R$»
11 $P(x, y)$ = «$x^2 - y < 0$; $x, y \in R$»	12 $P(x, y)$ = «xy – кратное 5, $x, y \in R$»
13 $P(x, y)$ = «$x^3 - y^3 < 0$; $x, y \in R$»	14 $P(x, y)$ = «$x^3 - y^3 > 0$; $x, y \in R$»
15 $P(x, y)$ = «$x > 2y$; $x, y \in R$»	16 $P(x, y)$ = «$3x < 2y$; $x, y \in R$»
17 $P(x, y)$ = «$3x > 2y$; $x, y \in R$»	18 $P(x, y)$ = «$3x > y^2$; $x, y \in R$»
19 $P(x, y)$ = «$ctg\, x > y$; $x,y \in R$»	20 $P(x, y)$ = «$e^x < 3y$; $x, y \in R$»
21 $P(x, y)$ = «$\ln xy > 0$, $x,y \in R$»	22 $P(x, y)$ = «$x^4 > y$, $x, y \in R$»
23 $P(x, y)$ = «$\ln(x+y)$ не существует; $x, y \in R$»	24 $P(x, y)$ = «$e^x < y$; $x,y \in R$»
25 $P(x, y)$ = «$e^x > y$; $x,y \in R$»	26 $P(x, y)$ = «$\ln x < y$, $x \in R$»
27 $P(x, y)$ = «$x^{4y} < 0$; $x, y \in R$»	28 $P(x, y)$ = «$x^{4y} > 0$; $x, y \in R$»
29 $P(x, y)$ = «$\ln(x+5) < y$, $x \in R$»	30 $P(x, y)$ = «$x^3 > 4y$; $x, y \in R$»

Задание 3

1 $P(x, y, z)$ = «$x^2 + y^2 + z^2 \geq 0$; $x,y,z \in R$»	2 $P(x, y, z)$ = «$x^2 + y^2 = z^2$; $x,y,z \in R$»
3 $P(x, y, z)$ = «$\cos^2 x + \sin^2 y = z$; $x,y,z \in R$»	4 $P(x, y, z)$ = «$5x^2 + 3y^2 + z^2 = 0$; $x,y,z \in R$»
5 $P(x, y, z)$ = «$xz < 2y$; $x, y, z \in R$»	6 $P(x, y, z)$ = «$\sin(x + y + z) = 1$; $x, y,z \in R$»
7 $P(x, y, z)$ = «$x^3 - y^3 - z^3 < 0$; $x,y,z \in R$»	8 $P(x, y, z)$ = «xyz – кратное 5, $x, y,z \in R$»
9 $P(x, y, z)$ = «$x^2 - (y + z)^2 = 0$; $x,y,z \in R$»	10 $P(x, y, z)$ = «$x^2 - y - z > 0$; $x,y,z \in R$»
11 $P(x, y, z)$ = «$tg\, x = z \cos y$; $x,y,z \in R$»	12 $P(x, y, z)$ = «$x^2 - yz < 0$; $x, y, z \in R$»
13 $P(x, y, z)$ = «$tg\, x = z \sin y$; $x,y,z \in R$»	14 $P(x, y, z)$ = «$3x^z > 2y$; $x,y,z \in R$»
15 $P(x, y, z)$ = «$e^x < 3yz$; $x, y, z \in R$»	16 $P(x, y, z)$ = «$3x < 2y^z$; $x,y,z \in R$»
17 $P(x, y, z)$ = «$z\ln x < y$, $x,y,z \in R$»	18 $P(x, y, z)$ = «$3x > y^{2z}$; $x,y,z \in R$»
19 $P(x, y, z)$ = «$z\,ctg\, x > y$; $x,y,z \in R$»	20 $P(x, y, z)$ = «$\ln(x+y+z)$ не существует; $x, y, z \in R$»
21 $P(x, y, z)$ = «$e^x > ye^z$; $x,y,z \in R$»	22 $P(x, y, z)$ = «$x^{4y} > z$; $x, y, z \in R$»
23 $P(x, y, z)$ = «$xz > 2y$; $x, y, z \in R$»	24 $P(x, y, z)$ = «$e^{xz} < y$; $x,y,z \in R$»
25 $P(x, y, z)$ = «$\ln xyz > 0$, $x,y,z \in R$»	26 $P(x, y, z)$ = «$(xz)^3 - y^3 > 0$; $x,y,z \in R$»
27 $P(x, y, z)$ = «$x^{4yz} < 0$; $x, y, z \in R$»	28 $P(x, y, z)$ = «$x^4 > yz$, $x, y, z \in R$»
29 $P(x, y, z)$ = «$\ln(x+z) < y$, $x,y,z \in R$»	30 $P(x, y, z)$ = «$x^{3z} > 4y$; $x, y, z \in R$»

Порядок выполнения задания, методические указания: - ознакомиться с теоретическими положениями по данной теме; - изучить схему решения задач; - выполнить задания практической работы; - сформулировать вывод

Содержание отчета: отчет по практической работе должен содержать: основные понятия, рассуждения по решению задач, необходимые вычисления, ответ, вывод по работе

Контрольные вопросы:

1 Что такое предикат?
2 Множество истинности предиката
3 Виды предикатов
4 Как получить составной предикат?
5 Что такое высказывательная форма?
6 Одноместный предикат
7 Многоместный предикат
8 Нульместный предикат
9 Тождественно истинный предикат
10 Тождественно ложный предикат
11 Равносильные предикаты
12 Свойства равносильности предикатов
13 Что такое квантор?
14 Какие бывают кванторы?
15 Что такое и как обозначается квантор общности?
16 Что такое и как обозначается квантор существования?

Литература:

1 Горбатов В. А. Дискретная математика: учебник для вузов / В. А. Горбатов, А. В. Горбатов, М. В. Горбатова . - М. : АСТ, 2003. - 447 с. : рис., табл. - (Высшая школа). - Библиогр.: с.441-444.

2 Новиков Ф. А. Дискретная математика: учебник для вузов / Ф. А. Новиков. - СПб : Питер, 2007. - 364 с.

3 Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. - М. : Техносфера, 2005. - 400 с.

4 Осипова В.А. Основы дискретной математики/В.А.Осипова – М.: ФОРУМ: ИНФА-М, 2012. – 160 с.

5 https://ru.wikipedia.org/wiki

6 http://www.wikiznanie.ru/ru-wz/index.php

7 http://uchilok.net/matematika/921-kvantory.html

2.2. Тестовые задания (ТЗ)

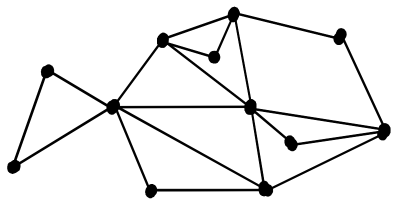
ТЗ № 4.1 Тема: Основы теории графов.

Тест по теме «Основные понятия теории графов»

Задание #1

Вопрос:

Определите вид графа:



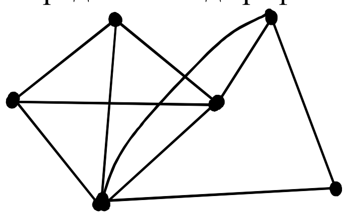
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Простой граф
2) Мультиграф
3) Псевдограф

Задание #2

Вопрос:

Определите вид графа:



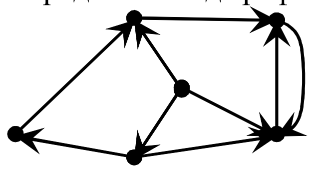
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Простой граф
2) Мультиграф
3) Псевдограф

Задание #3

Вопрос:

Определите вид графа:



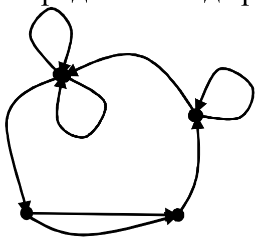
Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Простой граф
2) Мультиграф
3) Псевдограф

Задание #4

Вопрос:

Определите вид графа:

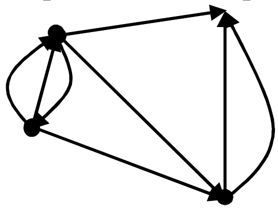


Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Простой граф
2) Мультиграф

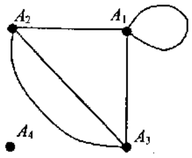
3) Псевдограф

Задание #5
Вопрос:
Определите вид графа:



Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Простой граф
2) Мультиграф
3) Псевдограф

Задание #6
Вопрос:
Определите вид графа:



Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Простой граф
2) Мультиграф
3) Псевдограф

Задание #7
Вопрос:
Вершина графа, смежная с каждой другой его вершиной называется

Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Висячей
2) Доминирующей
3) Изолированной

Задание #8
Вопрос:
Вершина графа нулевой степени называется

Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Висячей
2) Доминирующей
3) Изолированной

Задание #9
Вопрос:
Вершина графа первой степени называется

Выберите один из 3 вариантов ответа:

1) Висячей
2) Доминирующей
3) Изолированной

Задание #10

Вопрос:
Если два ребра соединены общей вершиной, то они называются...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) Смежными
2) Изоморфными
3) Кратными
4) Дугами

Задание #11

Вопрос:
Если две вершины соединены ребром, то они называются...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) Смежными
2) Изоморфными
3) Изолированными
4) Висячими

Задание #12

Вопрос:
Граф называется орграфом, если...

Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Все его ребра кратны
2) Все его вершины соединены между собой
3) Все его ребра ориентированы

Задание #13

Вопрос:
Степенью вершины называется...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) Число ребер, одним из концов которых она является
2) Число соединенных с ней вершин
3) Число исходящих из нее дуг
4) Число входящих в нее дуг

Задание #14

Вопрос:
Дуги в графе - это...

Выберите один из 4 вариантов ответа:
1) Неориентированные ребра
2) Ориентированные ребра
3) Кратные ребра
4) Смежные ребра

Задание #15

Вопрос:
Если две различные вершины графа соединены более чем одним ребром, то такие ребра называются

Выберите один из 3 вариантов ответа:
1) Параллельными
2) Смежными
3) Кратными

ТЗ № 5.1 Тема: Элементы теории алгоритмов.

Задание №1 (*теоретическое – тест*)

1. Впишите правильный ответ.

Раздел математики, в котором изучаются теоретические возможности эффективных процед (алгоритмов) и их приложения – ___________.

2. Выберите правильный ответ.

Предложение "При точном исполнении всех команд алгоритма процесс должен прекратиться конечное число шагов, приведя к определенному результату", — фиксирует такое свойст алгоритма как:

1. Массовость.
2. Понятность.
3. Результативность
4. Дискретность.
5. Определенность.

3. Выберите правильные ответы.

Алгоритм обладает свойствами:

1. Дискретность.
2. Достоверность.
3. Объективность.
4. Понятность.
5. Полезность.

4. Выберите правильный ответ.

Алгоритм называется линейным,

1. если он составлен так, что его выполнение предполагает многократное повторение одн и тех же действий;
2. если ход его выполнения зависит от истинности тех или иных условий;

3. если его команды выполняются в порядке их естественного следования друг за другом независимо от каких-либо условий;
4. если он представим в табличной форме;
5. если он включает в себя вспомогательный алгоритм.

5. Выберите правильный ответ.

Алгоритм включает в себя ветвление,

1. если он составлен так, что его выполнение предполагает многократное повторение одн и тех же действий;
2. если ход его выполнения зависит от истинности тех или иных условий;
3. если его команды выполняются в порядке их естественного следования друг за друг независимо от каких-либо условий;
4. если он представим в табличной форме;
5. если он включает в себя вспомогательный алгоритм.

6. Выберите правильный ответ.

Алгоритм называется циклическим,

1. если он составлен так, что его выполнение предполагает многократное повторение одн и тех же действий;
2. если ход его выполнения зависит от истинности тех или иных условий;
3. если его команды выполняются в порядке их естественного следования друг за друг независимо от каких-либо условий;
4. если он представим в табличной форме;
5. если он включает в себя вспомогательный алгоритм.

7. Впишите правильный ответ.

Система обозначений и правил, предназначенная для единообразной записи алгоритмов – ___________ .

8. Выберите неправильный ответ.

Способы представления алгоритмов

1. Словесный.
2. Графический.
3. Линейный.
4. Псевдокод.
5. Программный.

9. Выберите правильный ответ.

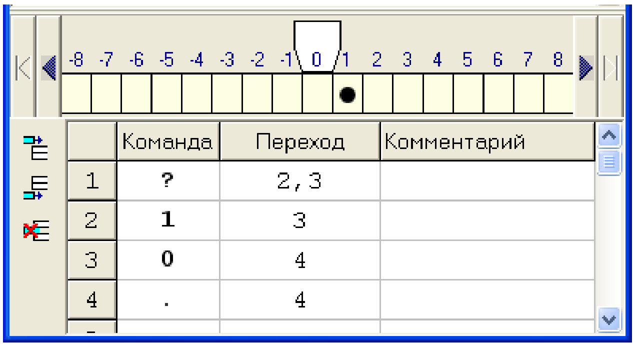
Направление поиска моделей алгоритмов, связанное с системой подстановок над некотор
алфавитом, привело к созданию модели

1. Машина Поста.
2. Рекурсивные функции.
3. Нормальные алгоритмы Маркова.
4. Машина Тьюринга.
5. Примитивно-рекурсивные функции.

10. Впишите правильный ответ.

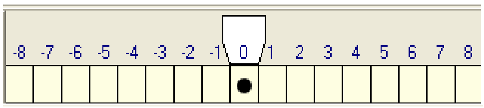
Первое направление поиска моделей алгоритмов – ____________ алгоритмов – использова
связь с традиционными понятиями математики – вычислениями и числовыми функциями.

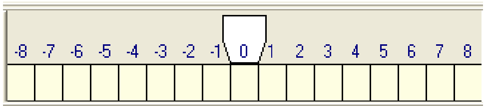
11. Выберите правильный ответ.

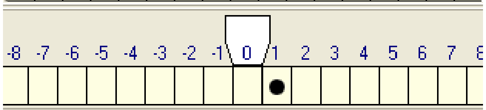


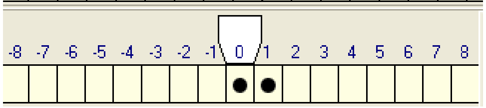
	Команда	Переход	Комментарий
1	?	2,3	
2	1	3	
3	0	4	
4	.	4	

Какой вид будет иметь машина Поста после выполнения указанной программы?

1. 

2. 

3. 

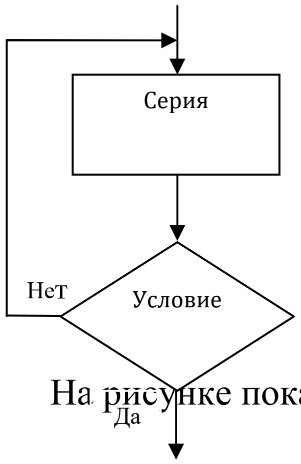
4. 

12. Выберите правильный ответ.

Начальное состояние головки машины Поста:

1. Против самой левой метки на ленте.
2. Против пустой клетки левее самой левой метки на ленте.
3. Против пустой клетки правее самой правой метки на ленте.
4. Против самой правой метки на ленте.

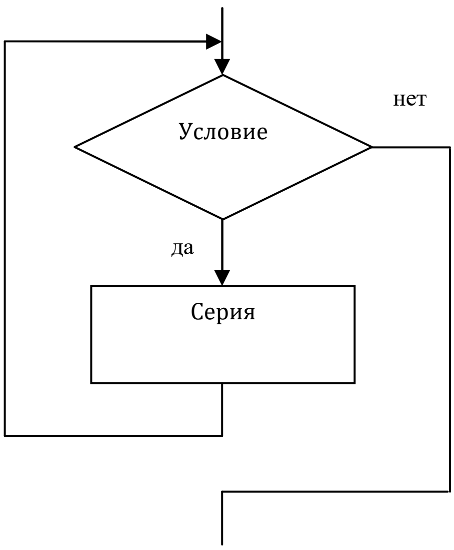
13. Выберите правильный ответ.



На рисунке показана алгоритмическая структу

1. Следование.
2. Ветвление.
3. Цикл-пока.
4. Цикл-до.
5. Цикл с параметром.

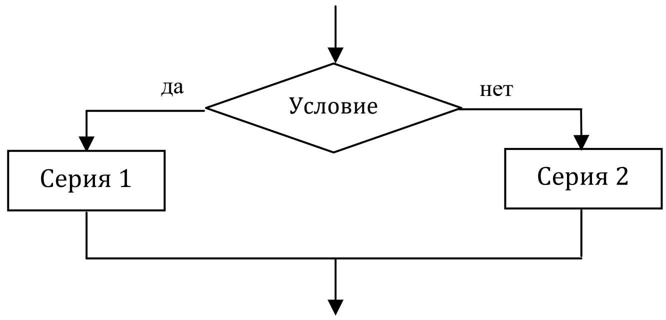
14. Выберите правильный ответ.



На рисунке показана алгоритмическая структура:

1. Следование.
2. Ветвление.
3. Цикл-пока.
4. Цикл-до.
5. Цикл с параметром.

15. Выберите правильный ответ.



Какой оператор реализует данную структуру

1. **while** условие **do** серия
2. **repeat** … **until …**
3.**if … then** …
4. **if … then** …**else** …
5. **for** … **to** …**do** …

16. Выберите правильные ответы.

Укажите номера верных предложений:

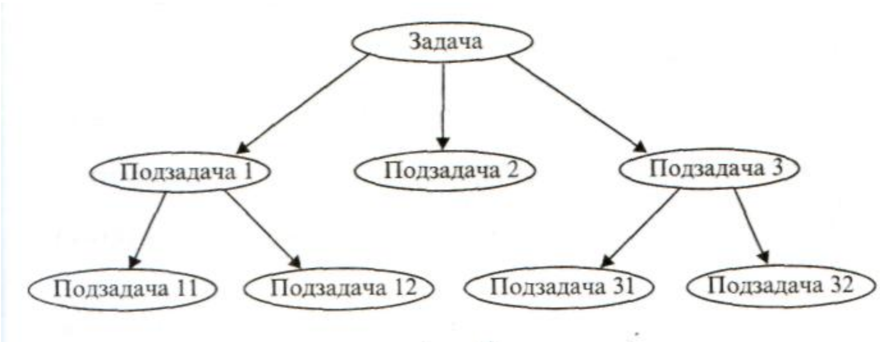
1. Вспомогательные алгоритмы – алгоритмы, решающие одну и ту же задачу
2. Кодирование – составление текста программы на языке программирования.
3. Эквивалентные алгоритмы – алгоритмы решения подзадач
4. Рекурсивный метод – сведение задачи к самой себе.

17. Выберите правильные ответы.

Укажите номера верных предложений:

1. Технология программирования – определенный общепринятый способ создания программ.
2. Цикл — алгоритмическая альтернатива.
3. Ветвление — повторение некоторой группы действий по условию.
4. Рекурсия – определение очередного значения функции через ранее вычисленные значен
этой же функции.

18. Выберите правильный ответ.

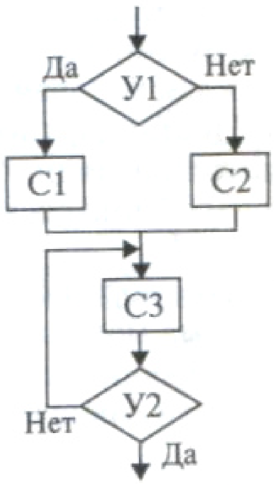


На рисунке показан:

1. Сборочный метод.
2. Эвристический метод.
3. Рекурсивный метод.
4. Метод последовательной детализации.
5. Метод сортировки.

19. Выберите правильный ответ.

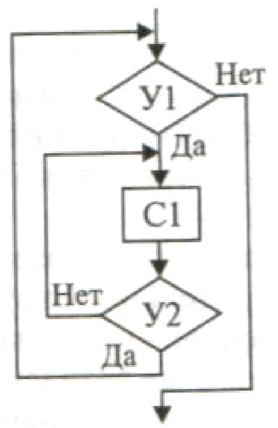
Определите название блок-схемы:



1. Вложенные ветвления.
2. Цикл-пока с вложенным ветвлением.
3. Вложенные циклы-пока.
4. Следование ветвления и цикла-до.
5. Вложенные циклы. Внешний – цикл-пока, внутренний – цикл-до.

20. Выберите правильный ответ.

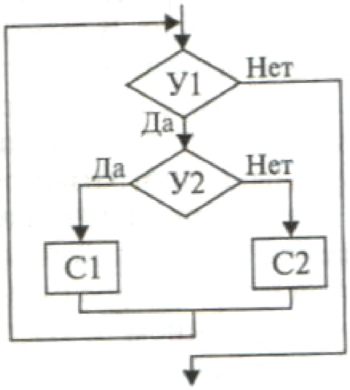
Определите название блок-схемы:



1. Вложенные ветвления.
2. Цикл-пока с вложенным ветвлением.
3. Вложенные циклы-пока.
4. Следование ветвления и цикла-до.
5. Вложенные циклы. Внешний – цикл-пока, внутренний – цикл-до.

21. Выберите правильный ответ.

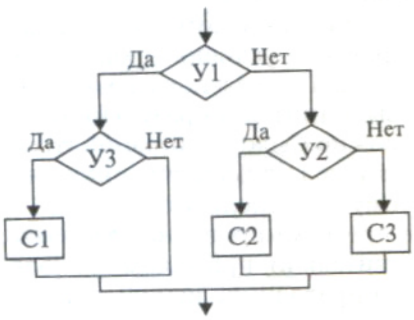
Определите название блок-схемы:



1. Вложенные ветвления.
2. **Цикл-пока с вложенным ветвлением.**
3. Вложенные циклы-пока.
4. Следование ветвления и цикла-до.
5. Вложенные циклы. Внешний – цикл-пока, внутренний – цикл-до.

22. Впишите правильный ответ.

Какое количество тестов необходимо для отладки данного алгоритма?



23. Выберите неправильные ответы.

Фрагменты программы записаны в соответствии со структурным подходом

```
1. k:= 1;s:= 0;while k < 7 do k:= k + 1; s:= s + 2*k ;

2. k:= 1;
   s:= 0;
   while k < 7 do k:= k + 1;
   s:= s + 2*k ;
```

```
3. k:= 1;s:= 0;
   while k < 7 do
         k:= k + 1;
   s:= s + 2*k ;

4. k:= 1;
   s:= 0;
   while k < 7 do
         k:= k + 1;
   s:= s + 2*k ;
```

24. Выберите правильный ответ.

Пространственная эффективность (объемная сложность) характеризует

1. Длину входных данных.
2. Время, необходимое для выполнения программы.
3. Зависимос длины от времени.
4. Объем памяти.

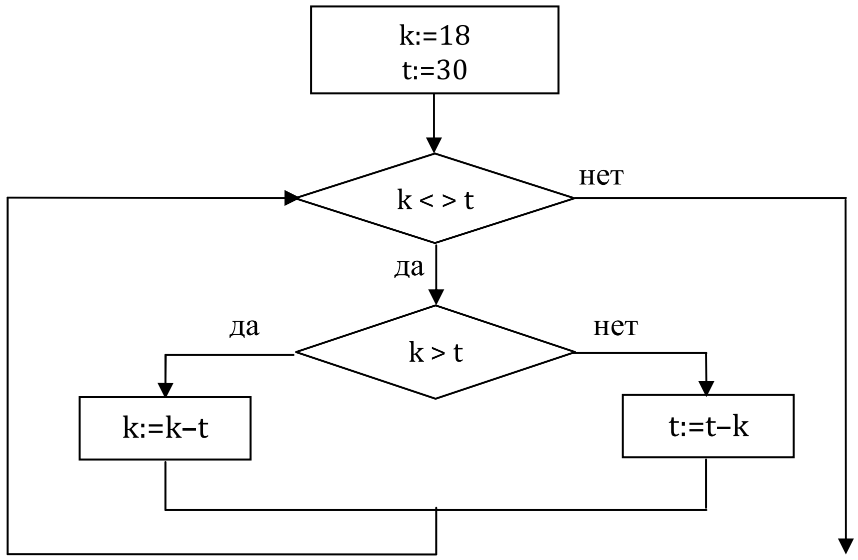
Результаты освоения (объекты оценки)	**Критерии оценки результата**
Знание основных моделей алгоритмов, методов построения алгоритмов и методов вычисления сложности работы алгоритмов	1. Каждое правильно выполненное задание – 1 б. Из 24 заданий случайным образом выбираются 10 «5» – 9, 10 б, «4» – 7,8б, «3» – 5,6б, «2» – 0-4 б

ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА

Задание №2 (*практическое*)

Вариант 1

1. Дан фрагмент алгоритма в виде блок-схемы



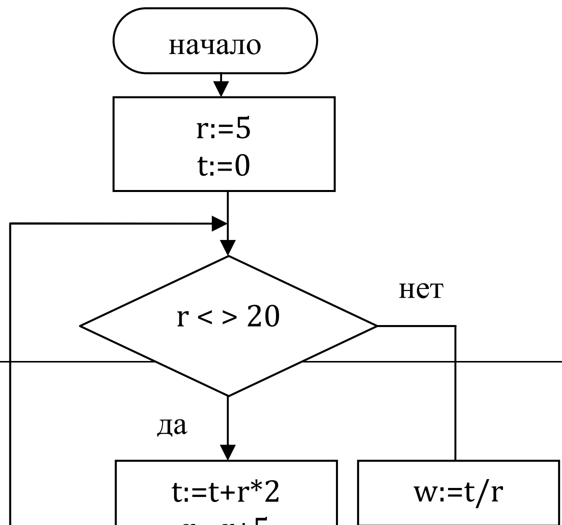
Определите

а) значение переменной *k* после выполнения фрагмента алгоритма с помощью построения трассировочной таблицы;

б) тип цикла, сколько раз выполнился цикл;

в) количество операций сравнения и операций присвоения, временную сложность алгоритма Tα

2. Дан алгоритм в графическом виде.



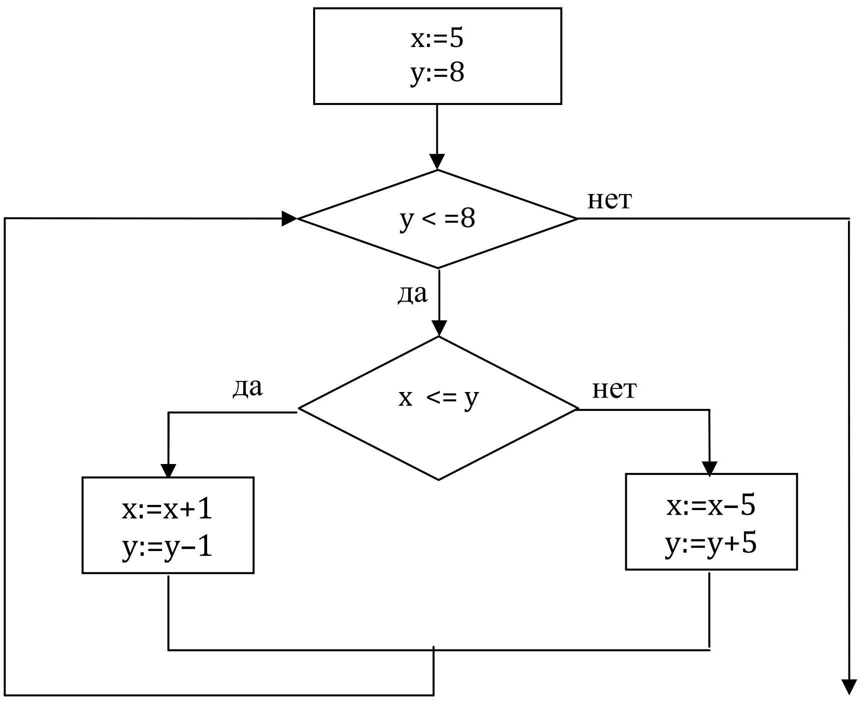
а) Выделите исходные данные, результатные. Установить их тип.

б) По предложенному алгоритму составьте код алгоритма – программу на языке Паскаль.

Программу записать в соответствии со структурным подходом.

Вариант 2

1. Дан фрагмент алгоритма в виде блок-схемы



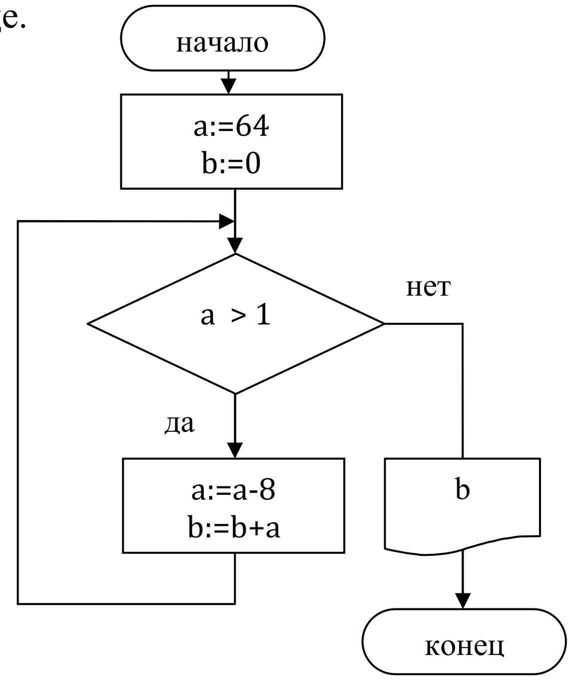
Определите

а) значение переменной *x* после выполнения фрагмента алгоритма с помощью построения трассировочной таблицы;

б) тип цикла, сколько раз выполнился цикл;

в) количество операций сравнения и операций присвоения, временную сложность алгоритма Tα

2. Дан алгоритм в графическом виде.



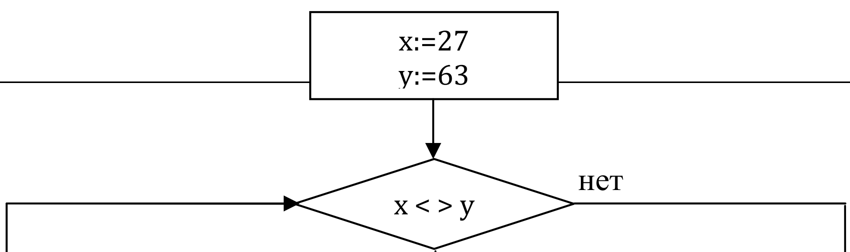
а) Выделите исходные данные, результатные. Установить их тип.

б) По предложенному алгоритму составьте код алгоритма – программу на языке Паскаль.

Программу записать в соответствии со структурным подходом.

Вариант 3

1. Дан фрагмент алгоритма в виде блок-схемы



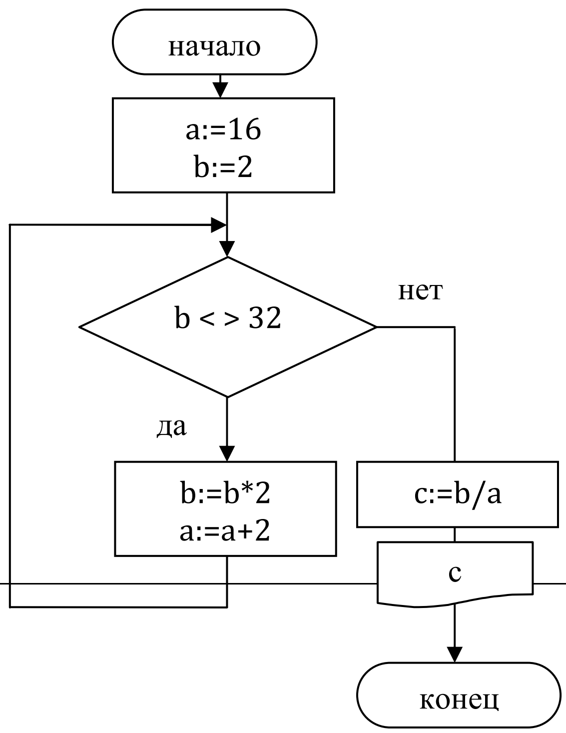
Определите

а) значение переменной *x* после выполнения фрагмента алгоритма с помощью построения трассировочной таблицы;

б) тип цикла, сколько раз выполнился цикл;

в) количество операций сравнения и операций присвоения, временную сложность алгоритма Tα

2. Дан алгоритм в графическом виде.



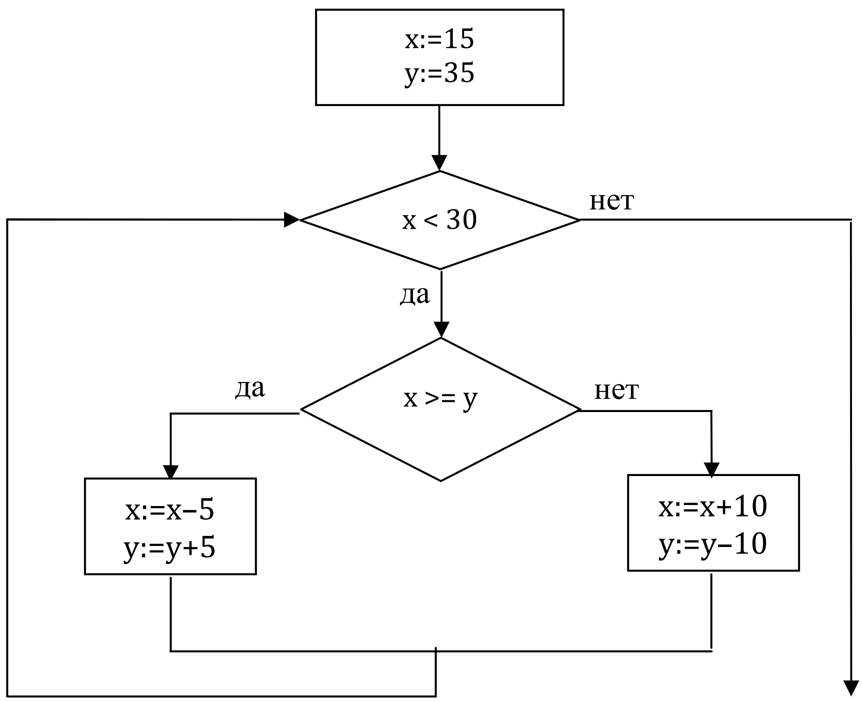
а) Выделите исходные данные, результатные. Установить их тип.

б) По предложенному алгоритму составьте код алгоритма – программу на языке Паскаль.

Программу записать в соответствии со структурным подходом.

Вариант 4

1. Дан фрагмент алгоритма в виде блок-схемы



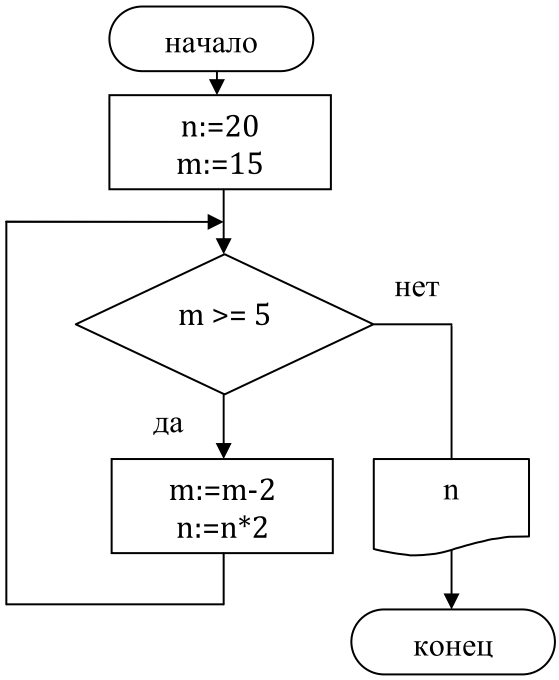
Определите

а) значение переменной *y* после выполнения фрагмента алгоритма с помощью построения трассировочной таблицы;

б) тип цикла, сколько раз выполнился цикл;

в) количество операций сравнения и операций присвоения, временную сложность алгоритма Tα

2. Дан алгоритм в графическом виде.



а) Выделите исходные данные, результатные. Установить их тип.

б) По предложенному алгоритму составьте код алгоритма – программу на языке Паскаль.

Программу записать в соответствии со структурным подходом.

Результаты освоения (объекты оценки) **Умение** разрабатывать алгоритмы для конкретных задач использовать различные технологии и методы при разработке алгоритмов: определять сложность алгоритмов.	**Критерии оценки результата** «5» –4 б, «4» – 3 б, «3» – 2 б, «2»–0-1б

Условия выполнения заданий

Время выполнения задания мин./час. *90 мин*

Оборудование: *листы с заданиями*

3. Комплект оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Контрольные вопросы (КВ)

КВ №1

1. Множества. Операции над множествами.
2. Высказывания и высказывательные формы.
3. Построить таблицу истинности $(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee \overline{B})$
4. Заданы множества $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $B = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$, $C = \{2; 3\}$. Найти $(A \setminus B) \cup C$
5. По данному математическому утверждению: «Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

КВ №2

1. Понятие функции алгебры логики.
2. Предикаты и способы их задания
3. Построить таблицу истинности $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$
4. На множестве U всех букв русского алфавита заданы множества: $A = \{В; Е; С; Н; А\}$, $B = \{А; П; Р; Е; Л; Ь\}$, $C = \{С; О; Л; Н; Ц; Е\}$. Найти и изобразить кругами Эйлера множество $(B \cap C) \setminus A$
5. По данному математическому утверждению: «Если три стороны одного треугольника равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

КВ №3

1. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы
2. Понятие предиката
3. Построить таблицу истинности $A \to (B \to A)$
4. Используя круги Эйлера, докажите следующее равенство: $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$
5. По данному математическому утверждению: «Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

КВ №4

1. Функции алгебры логики.
2. Кванторы общности и существования.
3. Построить таблицу истинности $(A \wedge B) \to (\overline{A} \wedge \overline{B})$
4. Используя круги Эйлера докажите следующее равенство: $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$
5. По данному математическому утверждению: «Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

КВ №5

1. Обратные и противоположные предложения. Закон контрапозиции.
2. Множества истинности предиката.
3. Построить таблицу истинности $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \to \overline{B})$
4. Пусть А - это множество натуральных чисел, делящихся на 2, а В - множество натуральных чисел, делящихся на 4. Какое из множеств является подмножеством другого? Изобразите множества А и В кругами Эйлера.
5. По данному математическому утверждению: «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

КВ №6

1. Основные определения теории алоритмов. Машина Тьюринга.
2. Основные понятия теории графов. Виды графов: ориентированные и неориентированные графы.
3. Построить таблицу истинности $(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee \overline{B})$
4. Заданы множества $A = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7\}$, $B = \{4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10\}$, $C = \{2;\ 3\}$. Найти $(A \setminus B) \cup C$
5. По данному математическому утверждению: «Если сумма цифр числа делится на 3, то и само число делится на 3», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

КВ №7

1. Понятие предиката. Логические операции над предикатами.
2. Способы задания графов. Матрицы смежности и инциденций для графа.
3. Построить таблицу истинности $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$
4. На множестве U всех букв русского алфавита заданы множества: $A = \{В;\ Е;\ С;\ Н;\ А\}$, $B = \{А;\ П;\ Р;\ Е;\ Л;\ Ь\}$, $C = \{С;\ О;\ Л;\ Н;\ Ц;\ Е\}$. Найти и изобразить кругами Эйлера множество $(B \cap C) \setminus A$
5. По данному математическому утверждению: «Если три стороны одного треугольника равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны», составить обратное и противоположное утверждения, записать схемы этих утверждений.

4. Критерии оценивания

«5» «отлично»– студент показывает глубокое и полное овладение содержанием программного материала по УД, в совершенстве владеет понятийным аппаратом и демонстрирует умение применять теорию на практике, решать различные практические и профессиональные задачи, высказывать и обосновывать свои суждения в форме грамотного, логического ответа (устного или письменного), а также высокий уровень овладение общими и профессиональными компетенциями и демонстрирует готовность к профессиональной деятельности;

«4» «хорошо» – студент в полном объеме освоил программный материал по УД, владеет понятийным аппаратом, хорошо ориентируется в изучаемом материале, осознанно применяет знания для решения практических и профессиональных задач, грамотно излагает ответ, но содержание, форма ответа (устного или письменного) имеют отдельные неточности, демонстрирует средний уровень овладение общими и профессиональными компетенциями и готовность к профессиональной деятельности;

«3» «удовлетворительно» – студент обнаруживает знание и понимание основных положений программного материала по УД, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практических и профессиональных задач, не умеет доказательно обосновать свои суждения, но при этом демонстрирует низкий уровень овладения общими и профессиональными компетенциями и готовность к профессиональной деятельности;

«2» «неудовлетворительно» – студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, беспорядочно и неуверенно излагает программный материал по УД, не умеет применять знания для решения практических и профессиональных задач, не демонстрирует овладение общими и профессиональными компетенциями и готовность к профессиональной деятельности.

5. Информационное обеспечение

перечень учебных изданий, электронных изданий, электронных и Интернет-ресурсов, образовательных платформ, электронно-библиотечных систем, веб-систем для организации дистанционного обучения и управления им, используемые в образовательном процессе как основные и дополнительные источники.

Основные источники:

1.Дискретная математика (2-е изд., стер.) учебник/ Спирина М.С. - М.: ИЦ

Академия, 2018 - 368 с.
2.Дискретная математика. Сборник задач с алгоритмами решений (2-е изд., стер.) учеб. пособие / Спирина М.С. - М.: ИЦ Академия, 2018 - 288 с.
3.Игошин В.И. Элементы математической логики: учебник.– М.: ИЦ Академия, 2017.

Дополнительные источники:

4.Математика: Учебник / В.П. Григорьев.- М.: ИЦ Академия, 2016.-368 с.

Электронные издания (электронные ресурсы)

1. Цифровая образовательная среда СПО PROFобразование:
- Дискретная математика : учебное пособие / Ю. Ю. Громов, О. Г. Иванова, Ю. В. Кулаков [и др.]. — Тамбов : Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 128 c. — ISBN 978-5-8265-1074-2. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование : [сайт]. — URL: https://profspo.ru/books/63845 (дата обращения: 03.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
- Шмырин, А. М. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие для СПО / А. М. Шмырин, И. А. Седых. — 2-е изд. — Липецк, Саратов : Липецкий государственный технический университет, Профобразование, 2020. — 160 c. — ISBN 978-5-88247-960-1, 978-5-4488-0751-0. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование : [сайт]. — URL: https://profspo.ru/books/92827 (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
- Горюшкин, А. П. Дискретная математика с элементами математической логики : учебное пособие для СПО / А. П. Горюшкин. — Саратов : Профобразование, 2020. — 503 c. — ISBN 978-5-4488-0859-3. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROFобразование : [сайт]. — URL: https://profspo.ru/books/96556 (дата обращения: 07.09.2020). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

Электронно-библиотечная система:

IPR BOOKS - http://www.iprbookshop.ru/78574.html

Веб-система для организации дистанционного обучения и управления им:

Система дистанционного обучения ОГАПОУ «Алексеевский колледж» http://moodle.alcollege.ru/